201
37 H
7

Ad Usum
D. Pauli Abb. Pancalli Cyp.

Digitized by Google

PRATICHE MATEMATICHE

TOMI DUE

BIBLIOTECA NAZ.
ROMA
VITTORIO EMANUELE

Digitized by Google

PLATO

EUCLID

Digitized by Google

PRATICHE MATEMATICHE

DIVISE IN TRE TRATTATI

PRIMO

DELL' ARITMETICA

SECONDO

DELL' AGRIMENSURA

TERZO

DELLA COSMOGRAFIA

DIVISA IN DUE PARTI

OPERA DEL REVERENDO PADRE

FRANCESCANTONIO FILONZI

DA SANTA MARIA NUOVA

MINORE OSSERVANTE GIA' LETTORE DI SACRA TEOLOGIA

SECONDA EDIZIONE

TOMO PRIMO

ANCONA MDCCCIV.

Presso Arcangelo Sartorj e figlio Stampatori e Libraj

CON APPROVAZIONE.

Ai Nobilissimi Signori

Signori { *CARLO CONTE DE VECCHJ*
CARLO CAMPIONI
CARLO ROSEI

Patrizj di Fabriano

Tali, e tanti sono, o Nobilissimi Signori, i vincoli, che a Voi mi legano, fra quali certamente tengono il primario luogo quelli di una vivissima riconoscenza. Era ben di dovere, che io dovessi una volta darvene un pubblico, e perenne contrasegno col mezzo de' miei Torchj. A gara voi sempre faceste per colmarmi largamente de' Vostri beneficj, e favori, ed il peso delle mie obbligazioni verso di Voi diveniva vieppiù enorme, ed insopportabile. Per allegerirlo dunque in qualche, ancorchè minima, parte a Voi ora tributo, Nobilissimi Signori, quest' Opera di PRATICHE

MATEMATICHE DEL R. P. FRANCESCANTONIO FILONZI, che per la seconda volta esce alla luce dalle mie Stampe. Conosco pur troppo esser ciò picciol cosa e per Voi, e per me; ma coll' usata Vostra generosità, qual siasi, accoglietela: ed io mi chiamerò ben fortunato, se Vi degnarete di benignamente accordarmi il Vostro solo compatimento. Quantunque grande, ed avventuroso ne sia stato di tal Opera l' incontro; nulladimeno non per Voi certamente, Nobilissimi Signori, come appieno versati nelle sublimi scienze, di cui in essa si prende a trattare, l' Autore la scrisse, quale, come rilevarete, a' soli Principianti ella è diretta: ed io col fregiarla de' Vostri Nomi altro non feci' che maggiormente illustrarla. Continuatemi, Ve ne priego caldamente, Nobilissimi Signori, il Vostro amore, e protezione, quale eguale, e costante verso di me da Voi desidero a similitudine dello stesso Nome, che non a puro caso Voi tre egualmente portate, ed intanto con profondo ossequio mi do l' onore di rassegnarmi

Di Voi Nobilissimi Signori

Ancona 15. Maggio 1804.

Uño Dño ed Obblño Servidore
ALESSANDRO SARTORJ

A CHI LEGGE

A. S. e F.

La singolarità della presente Opera di PRATICHE MATEMATICHE DEL R. P. FRANCESCANTONIO FILONZI ci stimolò a porla nuovamente alla luce col mezzo di quegli stessi nostri Torchj, da' quali felicemente uscì per la prima volta; e ciò a solo fine di far cosa grata al Pubblico, che non potevamo più soddisfare colla dispensa delle copie di essa, attesochè da qualche tempo n' eravamo già rimasti del tutto esausti. L' Autore della medesima assai celebrato non ha avuto altro scopo in questo suo lavoro, se non che quello di appagare il genio de' Giovani principianti, al di cui fine ha creduto espediente di servirsi di uno stile chiaro, e facile, temendo di non farsi ben intendere, qualora usato avesse uno stile terso, e sublime. Tutti quelli pertanto, che bramano di apprendere i principj delle Pratiche Matematiche, legghino pure colla maggiore attenzione la presente Opera, la quale ben presto li potrà rendere esperti colla massima loro soddisfazione, e vantaggio. Nella prima parte contenuta dall' intiero Primo Tomo si legge un Trattato ben conciso, e chiaro di ARITMETICA NUMERICA tanto necessaria al civile commercio, con darsi ogn' istruzione concernente

il modo di piantare, e condurre i Registri, formare li Stati, stendere Partite, ed altro, che dee ben sapersi da qualsivoglia Fattore, Agente, ed Amministratore. La seconda parte contiene un Trattato di GEOMETRIA, di cui se ne fa conoscere la pratica, colla indicazione del modo, con cui devesi misurare qualunque Piano, il che è proprio dell' AGRIMENSURA; accennandosi quivi tutte le questioni, che possono insorgere in materia di Terreni, di Acque, e di altro, risolute poi a norma della Legge, e secondo le Sentenze de' Dottori legisti. La terza comprende un ottimo Trattato di COSMOGRAFIA e GNOMONICA insieme: l'una, e l'altra appartenenti all'ASTRONOMIA-GEOMETRICA, come l'avvisano i Matematici, e di queste se ne indicano egualmente, e se ne dimostrano le varie pratiche, venendo particolarmente accennato il modo di delineare gli Orologj a Sole ec.. Si racchiudono tali parti nel Secondo Tomo, ed in fine di esso restano inseriti in N. di 23. i rispettivi Rami, che vengono richiamati nel seguito dell' Opera medesima. A questa ristampa da noi con tutto l'impegno intrapresa vi si aggiunge il pregio di vedersi spurgata da parecchj errori, che innavertentemente vi s'incontrarono nella prima Edizione; onde vieppiù ci lusinghiamo, che i cortesi Leggitori ce ne avranno buon grado. Vivete felici.

TRATTATO PRIMO

DELL' ARITMETICA

PROEMIO

TRa tutte le parti delle scienze matematiche la prima a proporsi a' principianti è l' *Aritmetica*, come chiave, ed introduzione al rimanente, imperocchè senza di questa niente si potrebbe apprendere. Laonde, per procedere con giusto metodo, discorrerò in questo primo Trattato dell' Aritmetica pratica, lasciando di buon grado la Speculativa, ossia Algebra, come quella, che solamente, e non senza difficoltà si può apprendere, e ridurre in pratica da persone molto versate, a cui non è diretta la presente operetta.

Aritmetica dunque *pratica* altro non è, che *una scienza, la quale insegna di far i conti per quel che risguarda il commercio umano*. Questa scienza sarà distinta in diversi capitoli secondo la diversità non solo delle parti, di cui è composta, ma altresì secondo la diversità delle materie, di cui ella tratta. Ciascun capitolo sarà diviso in diversi esempj, e paragrafi, ove lo richiederà il bisogno, e l'oscurità della materia. Incomincierò dal primo capitolo, dove s' insegna il modo, e regola per leggere i numeri. Sia dunque.

CAPITOLO I.

REGOLE PER LEGGERE I NUMERI

Di due generi sono i numeri: *Arabico* uno, *Romano* l'altro. Il numero Arabico ha nove figure, che sono le seguenti: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. che vogliono significare, cominciando dal primo: uno, due, tre, quattro, cinque, sei, sette, otto, e nove; alle quali figure, o diciamole ancor note, si deve aggiugnere la cifra *o*, che vuol dire zero, ovvero nulla. Se questa cifra *o* è situata dopo 1, significa dieci; se vi si pongono due cifre, come 100, significa cento; se tre cifre, come 1000, significa mille ec. Per leggere più numeri uniti insieme, si dee cominciare a leggere al rovescio a guisa degli Ebrei, ed il primo numero si dice assolutamente numero, o numero *digito*; il secondo si dice diecina; il terzo si dice centinaja; il quarto migliaja ec., come meglio si farà chiaro coll'esempio seguente. Diamo che s'abbia a leggere questa somma: 1358274951 3726. prima si devono separare i numeri tre per tre, e sei per sei, sin che ve ne sono, nella maniera seguente: 13'.582, 749'.513, 726. sempre cominciando a separare al rovescio, come si dee fare ancor nel leggere. La ragione poi, perchè si debba la somma separare in tre numeri, è, perchè i primi tre, cioè 726 sono numeri di centinaja semplice: i secondi tre, cioè 513 sono numeri di migliaja: questi sei numeri compresi nella prima sestina non sono altro che migliaja, e niente più. I terzi tre numeri, cioè 749. sono centinaja di milioni: i quarti tre numeri, cioè 582. sono migliaja di milioni: questi sei numeri compresi nella seconda sestina, cioè 582749. sono migliaja di milioni, e niente più. Gli ultimi due numeri, cioè 13 sono bilioni, ovvero milioni di milioni. Nell'ultima casella, o divisione di tre per tre della somma non importa, se sieno solamente due, od un sol numero, poichè la somma non si può dividere, se non se in tante parti, quante ne contiene in se stessa; non dovendo in pratica essere arbitraria, ma corrispondente alla cosa sommata. Si legge poi conforme alla divisione già fatta, cioè tre per tre, e sei per sei tutto ad un tempo. Qui si deve avvertire, che siccome i primi sei numeri sono le migliaja, i secondi sei numeri sono i milioni, così i terzi sei numeri sono i bilioni, cioè milioni di milioni, e i quarti sei numeri sono i trilioni, cioè milioni di mi-

lioni di milioni, i quinti sei numeri sono i quadrilioni, cioè milioni di milioni di milioni di milioni ec. Così dunque si dee leggere la soprapposta somma ebraicamente, cioè al rovescio: il 6. si dice numero; il 2. diecina, perchè son diecine: il 7. centinaja, perchè son centinaja, dove finisce il primo terno. Poi il 3. si dice numero di migliaja: l'1. diecina di migliaja: il 5. centinaja di migliaja, dove finisce la prima sestina, ed incomincia la seconda, che contiene i milioni. Il 9. dunque si dice numero di milioni: il 4. diecina di milioni: il 7. centinaja di milioni, dove finisce il primo terno de' milioni: il 2. si dice numero di migliaja di milioni: l'8. diecina di migliaja di milioni: il 5. centinaja di migliaja di milioni, dove finisce la seconda sestina de' milioni, ed incomincia la terza, che contiene i bilioni. Il 3. dunque si dice numero di bilioni, cioè numero di milioni di milioni: l'1. diecina di bilioni, cioè diecina di milioni di milioni. Letta che siasi detta somma al rovescio, conforme usano gli Ebrei, si dee leggere al diritto, come usano i Latini, dicendosi così: tredici bilioni, cinquecento ottantadue mila, settecento quarantanove milioni, cinquecento tredici mila, settecento ventisei. Nella soprascritta maniera si dovrà regolare in leggere qualunque altra somma, che l'uso, e la pratica renderà il modo facilissimo. Dove s'osservi, che ad ogni numero, o leggendosi al diritto, o al rovescio, sempre corrisponde la medesima denominazione di diecina, o centinaja, segno, che in ciascun modo la somma ha sempre il medesimo valore.

Il numero Romano si forma con le seguenti lettere I. V. X. L. C. D. M. e significano I. uno, V. cinque, X. dieci, L. cinquanta, C. cento, D. cinquecento, M. mille. S'avverta, che se un numero minore sta innanzi ad uno maggiore, si dee toglier dal numero maggiore la quantità del numero minore: come XL. perchè X. sta innanzi al L. si levan dieci numeri dal L. che significherà solamente quaranta: e così degli altri segni, o lettere della medesima situazione. Questa è la regola per leggere i numeri Romani, che s'usano oggigiorno. Anticamente si scrivevano assai diversamente, come per significar 500. si scriveva IↃ. Invece di esprimer mille con M. scriveano CIↃ. Per 600. IↃC. Per 700. IↃCC. Secondo questo numero romano antico, se avanti, e dopo al CIↃ. s'aggiugne un altro C., secondo la lor situazione cresce a proporzione, che crescono i numeri arabici colla giunta del 0, come 1000. CIↃ., 10000. CCIↃↃ., 100000. CCCIↃↃↃ. ec. Solevano an-

cora gli antichi Romani segnar dette note con una linea di sopra, come v. che significa 5000., lx. 60000. Similmente m. equivale a 1000000, mm. 2000000. Da alcuni Scrittori moderni il numero romano è stato usato ancora così IIX., che significa 8., ed IICIX. che significa 89. Nella seguente operetta useremo i soli numeri arabici, come più adattati al bisogno, ed all' uso d' oggigiorno.

CAPITOLO II.

§. I.

DEL SOMMARE.

Sommare, prima specie dell' Aritmetica, che dicesi ancora *addizione*, non è altro, che un unire più somme di numeri in una sola, la quale propriamente dicesi *somma*. Eccone pertanto l'esempio in questi numeri: 759. 326. 41. 8.

759
326
41
8

Somma 1134.

I detti numeri si scrivono, come si vede nel soprapposto esempio; poi tirata una linea al disotto, cominciando a man destra da piedi nella prima colonna, si dice; 8, e 1 fanno 9: 9, e 6 fanno 15: 15, e 9 fanno 24. E perchè questo numero 24 contiene quattro unità, e due diecine, si scrive il 4 sotto la linea a man destra, ed il due si unisce con le diecine, cioè colla seconda colonna; onde si dirà: 2 e 4 fanno 6: 6 e 2 fanno 8: 8 e 5 fanno 13, cioè tre diecine, ed un centinajo; si scrive dunque il 3 avanti al 4 sotto la linea; ed il centinajo si porta con le centinaja, cioè colla terza colonna, e dicesi: 1 e 3 fanno 4: 4 e 7 fanno 11: e perchè non vi resta altra colonna da sommarsi, si scrive il detto 11 sotto la linea innanzi al 4, ed al 3: e la somma sarà 1134.

Altr' esempio per sommare.

5794
8426
583
727
86
28

Somma 15644

Finora abbiam discorso della somma de' numeri sani. Ma per dar una piena cognizione del sommare, convien quì porre un esempio pei rotti insieme coi sani, come sarebbe, di scudi, bajocchi, e quattrini, le quali monete si usano nel nostro Stato del Papa nei contratti.

Scudi:	*baj.*:	*quattrini*.
573:	82:	4.
25:	47:	2.
14:	29:	3.
12:	18:	2.
Somma 625:	78:	1.

I detti numeri si scrivono, come nel soprapposto esempio: per sommarli cominciasi dai quattrini, discorrendo così: 2 e 3 fanno 5: 5 e 2 fanno 7: 7 e 4 fanno 11. Undici quattrini son due bajocchi, ed un quattrino; si segna il quattrino sotto la linea, e poi addietro si fan due punti per separare i quattrini dai bajocchi: si devono ora sommare i bajocchi, e perchè dai quattrini abbiam due bajocchi, diremo: 2 e 8 fanno 10: 10 e 9 fanno 19: 19 e 7 fanno 26: 26 e 2 fanno 28: segneremo 8 sotto la linea a dirittura dei bajocchi a man destra, e porteremo due diecine nella seconda colonna, e diremo: 2 e 1 fanno 3: 3 e 2 fanno 5: 5 e 4 fanno 9: 9 e 8 fanno 17: segneremo 7 sotto la linea, e poi faremo due punti per separare i bajocchi dagli scudi. E perchè nella seconda linea de' bajocchi n' avanza uno, questo si dee portare alla prima linea degli scudi, essendochè cento bajocchi fanno uno scudo; direm dunque: 1 e 2 fanno 3: 3 e 4 fanno 7: 7 e 5 fanno 12: 12 e 3 fanno 15; segneremo 5 sotto la linea, e porteremo 1, e diremo: 1 e 1 fanno 2: 2 e 1 fanno 3: 3 e 2 fanno 5: 5 e 7 fanno 12; segneremo 2 sotto la linea, e porteremo 1, e diremo: 1 e 5 fanno 6; segneremo 6 sotto la linea, e sarà fatta la somma di scudi 625; bajocchi 78: quattrini 1.

Altr' esempio per sommar i rotti.

Scudi:	*baj.*:	*quat.*
574:	96:	3.
723:	52:	4.
29:	34:	1.
72:	57:	2.
7:	16:	3.
Somma 1407:	57:	3.

§. II.

PROVA DELLA SOMMA.

La prova, per vedere, se nel sommare siasi ben operato, è di tre specie. La prima si fa col sommare tutte le colonne dei numeri, cominciando sempre da capo, e poi si risommano tutte le colonne cominciando sempre da piedi: come, se s'avessero a sommare i seguenti numeri:

Scudi:	*baj.:*	*quat.*
63:	64:	2.
39:	53:	1.
76:	48:	4.
42:	35:	2.
38:	66:	4.
26:	39:	2.
287:	08:	—

prima si comincierà da capo nella colonna dei quattrini, dicendo: 2 e 1 fanno 3: 3 e 4 fanno 7: 7 e 2 fanno 9: 9 e 4 fanno 13: 13 e 2 fanno 15. Quindici quattrini fanno tre bajocchi giusti, e nulla avanza; onde si dovrà portar 3 nella colonna dei bajocchi; e ritornando da capo si dirà. 3 e 4 fanno 7: 7 e 3 fanno 10: 10 e 8 fanno 18: 18 e 5 fanno 23: 23 e 6 fanno 29: 29 e 9 fanno 38; si segna 8 sotto la linea, e si porta 3 nella colonna delle diecine de' bajocchi, cioè nella colonna dei paoli; e cominciando da capo si dirà: 3 e 6 fanno 9: 9 e 5 fanno 14: 14 e 4 fanno 18: 18 e 3 fanno 21: 21 e 6 fanno 27: 27 e 3 fanno 30. Si segna 0 sotto la linea vicino all' 8, e poi si fan due punti addietro per separar i bajocchi dagli scudi, e si porterà 3 nella prima colonna degli scudi, e si dirà cominciando da capo: 3 e 3 fanno 6: 6 e 9 fanno 15: 15 e 6 fanno 21; 21 e 2 fanno 23: 23 e 8 fanno 31: 31 e 6 fanno 37. Si segna 7 sotto la linea, e si porta 3 nella seconda colonna degli scudi, onde si dirà: 3 e 6 fanno 9: 9 e 3 fanno 12: 12 e 7 fanno 19: 19 e 4 fanno 23: 23 e 3 fanno 26: 26 e 2 fanno 28; si segna tutto il 28 sotto la linea vicino al 7, perchè non v'è altra colonna da sommarsi; sicchè tutta la somma saranno scudi 287. baj. 08.

Se ora si volesse far la prova, si devono risommare tutte le suddette quattro colonne coll'incominciar sempre da piedi, per-

chè tornando uguale la somma, è segno, ch'è ben fatta; onde si dovrà dire; cominciando da piedi nella colonna dei quattrini: 2 e 4 fanno 6: 6 e 2 fanno 8: 8 e 4 fanno 12: 12 e 1 fanno 13: 13 e 2 fanno 15, cioè bajocchi 3 senz'avanzar alcun quattrino, come appunto nella prima somma. Ora portiam i bajocchi 3 nella prima colonna dei bajocchi, e cominciando da piedi diciamo: 3 e 9 fanno 12: 12 e 6 fanno 18: 18 e 5 fanno 23: 23 e 8 fanno 31: 31 e 3 fanno 34: 34 e 4 fanno 38. Si dovrebbe segnar 8, come nella prima somma, segno che finora va bene. Si porti dunque 3 nella seconda colonna dei bajocchi, e cominciando da piedi, si dica: 3 e 3 fanno 6: 6 e 6 fanno 12: 12 e 3 fanno 15: 15 e 4 fanno 19: 19 e 5 fanno 24: 24 e 6 fanno 30. Si dovrebbe segnare 0, come nella prima somma, e portar 3, segno che la somma è tuttora ben fatta. Si porti dunque 3 nella prima colonna degli scudi, e cominciando da piedi si dica: 3 e 6 fanno 9: 9 e 8 fanno 17: 17 e 2 fanno 19: 19 e 6 fanno 25: 25 e 9 fanno 34: 34 e 3 fanno 37. Si dovrebbe segnar 7, come nella prima somma, segno che la somma ancor va bene. Si porti dunque 3 nella seconda colonna dogli scudi, e cominciando da piedi si dica: 3 e 2 fanno 5: 5 e 3 fanno 8: 8 e 4 fanno 12: 12 e 7 fanno 19: 19 e 3 fanno 22: 22 e 6 fanno 28, come nella prima somma. Essendo dunque la seconda somma uguale alla prima, è segno, che non vi è alcun errore.

La seconda prova si fa col divídere in mezzo le colonne, e sommarle in due volte; come se s'avesse a far la prova, se la seguente somma vada bene, prima si farà la somma delle colonne nel modo solito, e si avranno scudi 232: baj. 08.

Scudi:	*baj.:*	*quat.*			
38:	54:	2.			
46:	68:	4.			
			85:	23:	1.
57:	36:	3.			
89:	48:	1.			
			146:	84:	4.
232:	08:	—	232:	08:	—

Ora si divideranno in mezzo le colonne, oppure a piacimento, e poi si faranno tante somme segnate da una parte, e dall'altra parte saranno le divisioni: come nelle soprascritte colonne,

che sono divise in mezzo, e sommate separatamente le due parti, hanno ₰ 85, 23, 1., e ₰ 146, 84, 4. Ora queste due quantità, o somme separate, unite, o sommate insieme, danno ₰ 232, 08., che appunto era la prima somma, segno che in detta somma non v'era alcun errore. La cifra ₰ è un *s*, che significa *scudi*.

La terza prova si fa col toglier tutt'i 9 della somma, e col notar l'avanzo; poi col toglier tutt'i 9 dai numeri sommati e se resterà d'avanzo un numero uguale al primo, sarà segno della perfetta somma. Ma questa è una regola, che porta diverse eccettuazioni. Primo, che dalla somma si devon togliere i sani portati dai rotti, ed i bajocchi portati dai quattrini, perchè i quattrini non fann'ogni 10 1, ma ogni 5 un baj. onde non seguita la regola degli altri numeri dei bajocchi, e scudi, che d'ogni 10 se ne porta 1. Secondo, che nelle colonne de' numeri sommati dovendosi togliere i 9, non si dee considerar la colonna dei rotti, nè quella dei quattrini. Presupposte queste due eccettuazioni, nel soprapposto esempio dalla somma si dovrà toglier 2, perchè furon portati due bajocchi dai quattrini, onde resterà 232: 06, dalla qual somma, togliendosi tutt'i 9, resterà 4, perchè 2 e 3 fanno 5: 5 e 2 fanno 7: 7 e 6. fanno 13; da 13 levando il 9, resta 4. Or se la somma è ben fatta, ancor togliendosi tutt'i 9. dalle colonne degli scudi, e dei bajocchi, dovrà restar 4. Vediamolo col sommar dette colonne in linea piana: 3 e 8 fanno 11; levando 9, resta 2: 2: e 5 fanno 7, 7 e 4 fanno 11; levando 9, resta 2, 2 e 4 fanno 6, 6 e 6 fanno 12; levando 9, resta 3; 3 e 6 fanno 9; levando 9 resta 0, 0 e 8 fanno 8: 8 e 5 fanno 13; levando 9 resta 4: 4 e 7 fanno 11; levando 9, resta 2: 2 e 3 fanno 5: 5 e 6 fanno 11; levando 9, resta 2: 2 e 8 fanno 10; levando 9 resta 1: 1 e 9 fanno 10; levando 9, resta 1: 1 e 4 fanno 5: 5 e 8 fanno 13; levando 9, resta 4; come appunto resterà 4 dalla somma diminutiva dei sani, portati dai quattrini, segno della somma dapprima ben fatta.

CAPITOLO III.

DELLA SOTTRAZIONE.

Sottrazione è un toglier da una data quantità una somma o eguale, o minore, come lo farem chiaro coll'esempio seguente.

La somma da cui si sottrae, si dice *sottraente*, e si pone da capo. La somma, che si sottrae, si dice *sottraendo*, e si pone sotto al sottraente. L'avanzo si dice *differenza*.

75984 *Sottraente.*
43752 *Sottraendo.*

Differenza 32232.

Supponiamo, che Pietro abbia da pagare ad Antonio scudi 75984, che è il *sottraente*, e che ne abbia pagati 43752, che è il *sottraendo*. Le dette somme si scrivono, come vedesi nell'esempio soprapposto; di poi tirasi una linea di sotto, ed incominciando sempre a man destra, perchè questo è l'uso in qualunque operazione coi numeri arabici, si dice: chi di 4 ne paga 2, resta 2: si segna 2 sotto la detta linea, e poi di mano in mano così: chi di 8 ne paga 5, resta 3: chi di 9 ne paga 7, resta 2: chi di cinque ne paga 3, resta 2: chi di 7 ne paga 4, resta 3. E segnandosi tutti gli avanzi per fila sotto la linea, ne resteran di debito 32232, che dicesi *differenza*.

Deesi ora far la prova, se la sottrazione sia ben fatta. Per far la detta prova, è necessario sommar la differenza colla quantità sottratta, e se la somma vien eguale al sottraente, cioè alla somma maggiore, da cui s'è fatta la sottrazione, la prova sarà ben fatta, come nell'esempio seguente.

75942 *Sottraente.*
42231 *Sottraendo.*

Differenza 33711.

Prova 75942.

La prova dunque della sottrazione si fa così. Trovata la differenza, tirasi sotto una linea; dipoi si somma la differenza colla quantità sottratta in questo modo: 1 e 1 fanno 2, si segna 2; dipoi 3 e 1 fanno 4, si segna 4 sotto la linea; e così di mano in mano insin al fine, e sarà fatta la prova.

Se la sottrazione sarà ben fatta, il sottraendo sommato insieme colla differenza, cioè la somma della prova dev'esser eguale al sottraente: come nel soprapposto esempio, perchè la somma della prova è 75942, e tal ancor la somma del sottraente, è segno certo, che la sottrazione è ben fatta. Che se la somma

della prova non foss'eguale alla somma del sottraente, sarebbe segno, che la sottrazione è malfatta; ed in tal caso bisognerebbe tornar da capo a far di nuovo la sottrazione.

Fin quì la sottrazione è riuscita facile, perchè le note del numero da sottrarsi son di quantità inferiore alle altre note della somma maggiore. Diam dunque ora un esempio, in cui alcune note del sottraendo son maggiori delle note del sottraente.

75482 *Sottraente.*
41653 *Sottraendo.*

Differenza 33829.

Prova 75482.

La sopraddetta sottrazione si fa così. Chi di 2 ne paga 3, non si può dire, perciò si prenderà 1, cioè una diecina dall' 8 vicino, e si dirà: chi di 12 ne paga 3, resta 9, si segna 9 sotto la linea; di poi non si dice: chi di 8, perchè 1 fu già levato, ma si dirà: chi di 7 ne paga 5, resta 2; ovvero quell' 1, levato all' 8, s'aggiugne al 5, e si dirà: chi di 8 ne paga 6, resta 2, perchè, come si vede in ciascun dei due modi, sempre avanza il 2 per differenza; dipoi si dirà: chi di 4 ne paga 6, non si può dire; onde si toglierà 1 dal 5, cioè una diecina, e si dirà: chi di 14 ne paga 6, resta 8; il 5 non è più 5, perchè ne fu levato 1, ma sarà 4; perciò si dirà: chi di 4 ne paga 1., resta 3; ovvero quell' 1 si aggiungne all' 1, che fanno 2, e si dice: chi di 5 ne paga 2, resta 3; finalmente chi di 7 ne paga 4, resta 3. Così si procede in qualunque altra operazione: e notisi la prova, che va bene.

Altro esempio di Sottrazione.

500356.
236523.

Differenza 263833.

Prova 500356.

Così leggesi la soprapposta sottrazione: chi di 6 ne paga 3, resta 3: chi di 5 ne paga 2, resta 3: chi di 3 ne paga 5, non si può dire; onde si toglierà 1 dal 5 addietro, e si dirà: chi di 13 ne paga 5 resta 8. Quì deesi avvertire, che levato 1 al 5; che non è prossimo al 3, ma vi son di mezzo due zeri, ne segue, che quei due 00 sieno due 99; onde in avvenire si dirà: chi di 9 ne paga 6, resta 3: chi di 9. ne paga 3, resta 6,

al 5 fu levato 1, perciò si dirà: chi di 4 ne paga 2, resta 2.

Perchè poi i due 00 di mezzo tra 5 e 3 sien due 99, la ragione è chiara; poichè, se noi da 10 leviamo 1, il zero non è più 0, ma 9. Così, se da 100 leviamo 1, i due 00 son due 99. Da ciò ne segue, che, avendo tolto 1 dal 5 per unirlo al numero 3, i due 00 di mezzo sien due 99; perchè levare 1 da quel 5, a cui seguon due 00, è il medesimo che levare 1 da 100, che restano 99.

Altr' esempio.	3050406.
	1413227.
Differenza	1637179.
Prova	3050406.

Farassi dunque così la suddetta sottrazione: chi di 6. ne paga 7, non si può dire, perchè il sottraendo è maggior del sottraente; onde dovrem togliere una diecina dal numero prossimo antecedente; e perchè quest'è 0, ne toglieremo 1 dall'altro prossimo, cioè 4, e diremo: chi di 16. ne paga 7, resta 9. Di poi non si dice, chi di 0, ma chi di 9, perchè il 0 è divenuto 9 col togliere 1 dal numero antecedente 4; onde diremo: chi di 9 paga 2, resta 7. Dipoi, chi di 3, perchè dal 4 è stato levato 1, ne paga 2, resta 1. Chi di 0 paga 3, non può dirsi; perciò prenderemo 1 dal 5, ed unito col 0, diremo: chi di 10 paga 3, resta 7. Poscia non diremo, chi di 5, perch'è stato tolto 1, ma chi di 4 paga 1, resta 3. Chi di 0 paga 4, non si può dire; laonde prenderemo 1. dal 3, che unito col 0, diremo: chi di 10 paga 4, resta 6. Finalmente diremo: chi di 2, perchè dal 3 fu levato 1, ne paga 1, resta 1. Così sarà formata tutta la sottrazione. Conforme poi si è operato nei soprapposti esempj, dovrassi operare ancora in qualunque altra sottrazione, come meglio la pratica lo farà palese.

CAPITOLO IV.

§. I.

DELLA MOLTIPLICAZIONE.

La *Moltiplicazione* è un prender tante volte una somma, quante sono le unità, che si contengono nell'altra: come se si dovesse moltiplicar 3 via 4, vuol dire prendere il 3 quattro volte,

che farà 12. Il numero, che sta di sopra nella prima linea, si dice il *moltiplicato*, o *moltiplicando*; quello della seconda linea, che sta di sotto, dicesi *moltiplicatore*. Per chiarezza eccone l'esempio di più numeri nella prima linea, e di uno nella seconda.

Moltiplicato 375.
Moltiplicatore 6.

Prodotto 2250.

La soprapposta moltiplicazione si fa così. Posto il moltiplicando 375, ed il moltiplicatore 6, si tira una linea di sotto, e dicesi: 6 via 5 fa 30; sotto la linea a man destra si segna 0, e si porta 3, cioè tre diecine: dipoi 6 via 7 fa 42, e 3, che si porta, fanno 45; si segna 5, e portasi addietro 4. Finalmente 6 via 3 fa 18, e 4 portato fanno 22, che per esser l'ultimo moltiplicato, si segna tutto il 22 sotto la linea, come si vede nell'esempio, e così sarà fatta la moltiplicazione.

Giudico cosa necessaria il por quì la tavola aritmetica di Pittagora per render facile il moltiplicare, quando però sia imparata a mente.

1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18	
3	9	12	15	18	21	24	27		
4	16	20	24	28	32	36			
5	25	30	35	40	45				
6	36	42	48	54					
7	49	56	63						
8	64	72							
9	81								

Nella soprapposta tavola Pittagorica si prendono i numeri così. Supponiamo, che s'abbia a moltiplicare 7 per 8. prendesi la linea, dove sta il 7 a man sinistra, e quella dell'8. di sopra, e dove queste linee s'uniscono insieme, s'osserva qual somma sia in quella casella, e troveremo, che sarà 56, che appunto è il prodotto di 7 moltiplicato per 8. Così operisi per prender qualunque altro numero da moltiplicarsi con un altro. S'avverte so-

lamente di prender sempre il numero maggiore di sopra, e l'altro a man sinistra.

§. II.

MODO DI MOLTIPLICARE, QUANDO NEL MOLTIPLICATORE VI SIENO PIÙ FIGURE.

759
43
2277
3036
Prodotto 32637

Il soprapposto esempio si moltiplica così. Si prende il primo moltiplicatore a man destra, ch' è 3, e si dice: 3 via 9 fa 27, si segna 7, e si portan due diecine addietro; di poi 3 via 5 fa 15, e 2 portato, che fanno 17, si segna 7, e si porta una diecina; finalmente 3 via 7 fa 21, ed 1 portato, che fanno 22, che per esser l'ultimo moltiplicato, si segna tutto il 22. Ciò fatto, si moltiplica nell' istessa guisa l'altro moltiplicatore, ch' è 4; ma con quest' avvertenza, che se si segna 'l prodotto sotto la prima linea dei numeri già moltiplicati, lasciandone sempre uno a man destra della prima linea, come 4 via 9. fa 36, si segna 6 non sotto il primo 7, ma sotto il secondo, e si porta 3. Poi si moltiplica 4 per 5, e fa 20, e 3, che si portava, fanno 23; si segna 3, e si porta addietro 2. Finalmente si moltiplica 4 per 7, e fa 28, e 2, che si portava, fanno 30, che per esser l'ultimo moltiplicato, si segna tutto il 30. Così ancora, se vi fosse un altro moltiplicatore, non si dee segnare il prodotto sotto il 6 della seconda linea, ma sotto il 3. Fattasi la detta moltiplicazione, si dee sommare insieme colonna per colonna; perciò, data sotto la moltiplicazione una linea, si dirà 7, e si segna 7; di poi 7 e 6 fanno 13; si segna 3, e si porta 1; quindi 3 e 2 fanno 5, ed 1 portato fanno 6, si segna 6; poi 2 e 0 fanno 2, si segna 2. Finalmente segnasi il 3; onde la somma 32637 sarà il prodotto di 759 moltiplicato per 43.

Avvertasi, che se nel moltiplicatore, o nel moltiplicando vi sia un 0, nella moltiplicazione dovendosi dire v. g. 3 via 0, non fa 3, ma fa 0: così 4 via 0 fa 0 ec.; come apparirà meglio a chi considera con riflessione gli esempj seguenti.

65048 *Moltiplicando.*
30295 *Moltiplicatore.*

325240.
585432.
130096.
00000.
195144.

1970629160 *Prodotto.*

Sia da moltiplicarsi 65048 per 30295 incominciando, come sopra, a man destra, si dirà: 5 via 8 fa 40, si segna 0, e si porta 4; di poi 5. via 4. fa 20, e 4, che si portava, fanno 24; si segna 4, e si porta 2, e si dice: 5 via 0 fa 0, e 2, che si portava, fanno 2; si segna 2, e non si porta niente; si moltiplica 5 per 5, fa 25; si segna 5, e si porta 2; e moltiplicasi 5 per 6, e fa 30, e 2, che si portava, fanno 32, che per esser l'ultimo moltiplicato, si segna tutto il 32. Moltiplicato il primo numero, si passa a moltiplicare il secondo, ch'è 9, e si dice: 9 via 8 fa 72; si segna 2, e si porta 7; e si moltiplicano 9 per 4, e fa 36, e 7, che si portava, fanno 43. si segna 3, e si porta 4: si moltiplica 9 per 0, e fa 0; perciò si segna il solo 4, che si portava: di poi si moltiplica 9 per 5, che fa 45; si segna 5, e si porta 4: si moltiplica 9 per 6, e fa 54, e 4 che si portava, che fanno 58, che per esser l'ultimo moltiplicato, si segna tutto il 58. Indi si passa a moltiplicare il terzo numero, ch'è 2, e dicesi: 2 via 8 fa 16; si segna 6, e portasi 1: di poi si moltiplica 2 per 4, che fa 8, ed 1 portato, che fanno 9; si segna 9, e non si porta niente: si moltiplica 2 per 0, e fa 0, segnasi 0: di poi si moltiplica 2 per 5, e fa 10; si segna 0; e portasi 1: finalmente si moltiplica 2 per 6, che fa 12, ed 1 portato, che fanno 13, che per esser l'ultimo moltiplicato, si segna tutto il 13. Devesi ora moltiplicar 0; ma perchè 0 non moltiplica, si segnerà sempre 0 nel prodotto senza far altra operazione. Deesi finalmente moltiplicare il quinto moltiplicatore, ch'è 3, e si dice: 3 via 8 fa 24; si segna 4, e si porta 2: dipoi si moltiplica 3 per 4, che fa 12, e due, che si portava, e fanno 14; si segna 4, e si porta 1: si moltiplica 3 per 0, e fa 0; dunque segnasi 1, che si portava: si moltiplica 3 per 5, e fa 15; si segna 5, e portasi 1: in fine si moltiplica 3 per 6, e fa 18, ed 1, che si portava, e fanno 19, ch'essendo l'ultimo molti-

plicato, si segna tutto il 19. Ciò fatto, si somma insieme tutto il prodotto, che sarà 1970629160. Così dovrassi anche regolare in qualunque altra moltiplicazione.

§. III.

MODO SPEDITO PER MOLTIPLICARE, QUANDO NEL MOLTIPLICATORE VI SIENO LE SOLE DIECINE, O LE SOLE CENTINAJA, O LE SOLE MIGLIAJA, ec.

Si moltiplica il solo numero indicante la diecina, o il centinajo ec., e poi al prodotto s'aggiugneranno i zeri non moltiplicati, come negli esempj seguenti apparisce.

356 *Moltiplicando.*
10 *Moltiplicatore.*
3560 *Prodotto.*

Nel soprapposto esempio per moltiplicare 356 per 10, basta aggiugner o al prodotto, ed è fatta la moltiplicazione. Se poi il moltiplicatore fosse 100, al prodotto s'aggiungon due zeri; e se il moltiplicatore fosse 200, allora basta moltiplicare il 2 per 356, ed al prodotto aggiugner due zeri, ed è fatta la moltiplicazione, come nell'esempio seguente.

356.
200.
71200.

Che se poi tanto nel moltiplicatore quanto nel moltiplicando vi fossero le sole diecine, allora si lasciano i zeri, che stanno in fine, e si moltiplicano gli altri numeri, ed al prodotto s'aggiungon tutt'i zeri lasciati nel moltiplicatore, e nel moltiplicando, come nel seguente esempio.

350.
750.
175.
245.
262500:

CAPITOLO V.

DELLA DIVISIONE.

Il *Dividere* è un partire una qualche somma per un altro numero minore; come, se si volesse divider 26 per 4, si dirà:

quante volte il 4 entra nel 26? Trovasi, che v'entra 6 volte, ed avanza 2. Il numero 26 si dice *dividendo*, il 4 *divisore*, ed il 6 *quoziente*. Quello poi, che avanza, che nel caso nostro è 2, dicesi *rotto del quoziente*. I rotti poi si segnano così.

$\frac{1}{2}$	*Mezzo,*	$\frac{7}{12}$	*Sette dodicesimi:*
$\frac{1}{4}$	*Quarto.*	$\frac{8}{19}$	*Otto dicidottesimi.*
$\frac{1}{15}$	*Quindicesimo.*	$\frac{26}{50}$	*Ventisei cinquantesimi.*

Il modo di dividere è questo. Si segni prima il dividendo, e il divisore nella forma seguente.

Dividendo

Divisore 16.) 396. (24 $\frac{12}{16}$ *Quoziente.*

76.

12.

Segnato dunque il dividendo, e sia 396, avanti a questo si tiri una linea, dietro a cui si segna il divisore, che sia 16. Dopo il dividendo si tiri un'altra linea; e ciò fattosi, si dica: quante volte il 16 entra nel 39? Trovatosi, che v'entra due volte, si segna 2 dopo il dividendo, E perchè n'avanza 7, segnasi 7 sotto il dividendo: e s'abbassa il 6 vicino al 7, che faranno 76; e si dice, quante volte il 16 entra nel 76? Trovasi che v'entra quattro volte; onde si segna 4 dopo il dividendo, vicino al 2, e n'avanzano 12, che saranno dodici sedicesimi; perciò segnasi $\frac{12}{16}$ dopo il dividendo nel quoziente. Sicchè il 16 in 396 v'entra 24 volte, e n'avanzan 12. Questa parte dell' Aritmetica è alquanto difficile; perciò merita tutta l'attenzione.

Altr' esempio.

Dividendo.

Divisore 2.) 416. (208 *Quoziente.*

16.

Dovendosi divider 416 per 2, dicasi: quante volte il 2 entra nel 4? Trovo, che v'entra due volte, e non avanza cosa alcuna; onde segno 2 dopo il dividendo per quoziente; e perchè niente avanza, niente ancora segno sotto il 4. Laonde abbasso l'1, e dico: quante volte il 2 entra nell'1? Ritrovo, che non v'entra giammai; perciò segno 0 dopo il dividendo vicino al 2. (Questo modo di segnare il 0 nel quoziente si tien sempre, quando il divisore non entra nel dividendo. Dopo s'abbassa il 6

vicino all' 1. che saranno 16, e dico: quante volte il 2 entra nel 16? Trovo, che v'entra otto volte; onde segno 8 dopo il dividendo vicino al 0, e sarà fatta la divisione; e perciò avremo di quoziente 208.

Avvertasi, che dal dividendo la prima volta debbonsi prender tante note, o numeri, quante sono necessarie, affinchè v' entri almeno una volta il divisore; e di poi di mano in mano dal dividendo si calano le note una per volta, e s'aggiungono al residuo passato, se vi restò. Se poi, calata una nota, o numero, il divisore non entra nel dividendo, allora nel quoziente si segna 0, affinchè si mantenga la proporzione delle diecine, centinaja ec. nel quoziente, come apparisce nell'esempio soprapposto, ove, perchè il 2 non entrò nell' 1, fu segnato 0 nel quoziente.

Altr' esempio.

26.	(1.	26.) 785416.	(30208. $\frac{8}{26}$
52.	(2.	54.	
78.	(3.	21.	
104.	(4.	216.	
130.	(5.	8.	
156.	(6.		
182.	(7.		
208.	(8.		
234.	(9.		

Perchè la divisione suol riuscire ai Principianti assai difficile, ed alle volte ancora a quei, che versati sono in questa scienza, quando il divisore sia di più note; perciò io porrò qui una regola facilissima, che ajuterà di molto la mente nella sua faticosa applicazione sul dividere. Si raddoppia il divisore nove volte, prima di dividere, nella seguente maniera. Sia il divisore 26, come nel soprapposto esempio; si raddoppia il 26, e fa 52; indi si sommano 26, e 52, che fanno 78: 26, e 78, che fanno 104: 26, e 104, che fanno 130: 26, e 130, che fanno 156: 26, e 156, che fanno 182: 26, e 182, che fanno 208: 26, e 208, che fanno 234. Ciascuna delle suddette somme si pone sotto il 26 divisore di mano in mano, che in tutte sono nove, compresovi il detto divisore 26, come indicano i numeri posti a mano destra, separati dal divisore con una picciola linea. Il

motivo poi, per cui dette somme abbiano ad essere insino a nove, e non più, si è, perchè nel quoziente non si può mettere un numero maggior di 9, poichè non si dà; e se mai avvenisse, che il divisore entrasse nel dividendo più di nove volte, sarebbe segno di errore nella divisione dei numeri antecedenti; onde converrebbe tornar da capo. Questa moltiplicazione del divisore insino a 9 io la dico *Scala per dividere*. Vi sono altri modi da dividere, come il *partire a danda: partire a danda alla breve: partir per colonna: partire a testa* ec.; come si può veder nell'Aritmetica di *Nicolò Tartaglia*, e di altri celebri Autori, ove han sudato, e sudano tutt'i Principianti, molti de' quali atterriti dalla difficoltà han lasciato di più proseguire un tale Studio sì necessario. Parmi peraltro, che avendo io insegnata la soprapposta scala per dividere, abbia tolto ogni ostacolo a' Principianti, ed agevolata, quanto più potevasi, la divisione; e perchè la suddetta Scala contiene in se tutt'i diversi modi di dividere, per non confonder la mente de' Principianti medesimi a' quali solamente è diretta la presente Operetta, ho pensato di non voler toccarne altro.

Formata dunque la sopradetta Scala divisoria, e dato che sia da dividersi la somma 785416, dimando: quante volte il 26 entra nel 78? Guardo nel divisore moltiplicato al numero 2, e trovo il 52 meno del 78. Guardo nel numero 3, e trovo il 78 in punto; onde segno 3 nel quoziente. Di poi abbasso il 5, e dimando: quante volte il 26 entra nel 5? Trovo, che non v'entra; onde segno o nel quoziente. Vicino al 5 calo il 4, che fanno 54; e dico: quante volte il 26 entra nel 54? Guardo nel divisore moltiplicato al numero 2, e trovo 52 meno del 54. Guardo nel numero 3, e trovo 78 più del 54. Allora deesi prendere il numero prossimo minore, che è 52; si segna 2 nel quoziente, e n'avanza 2, il qual 2 segnasi sotto al suo prossimo numero superiore, che è 4. Vicino al 2 si cala 1 dal dividendo, e fanno 21, e si dice: quante volte il 26 entra nel 21? Trovo, che non v'entra; perciò segno o nel quoziente. Finalmente s'abbassa il 6 vicino al 21, che fanno 216, e si dice: quante volte il 26 entra nel 216? Guardo nel divisore moltiplicato al numero 9, e trovo il 234 superiore al 216. Guardo nell'8, e trovo 208 inferiore a 216; onde segno 8 nel quoziente, e n'avanza 8, cioè otto ventiseiesimi.

Altr' esempio.

```
7. ( 1.   7. )  35964.  ( 5137. 71. 2 5/7
14. ( 2.         9.
21. ( 3.        26.
28. ( 4.         54.
35. ( 5.        ---
42. ( 6.          500.
49. ( 7.           10.
56. ( 8.          ---
63. ( 9.            3.
                    5.
                   ---
                   15.
                    1.
```

Sieno da dividersi 35964 scudi per 7. Già moltiplicato il divisore, come nell'esempio passato infino a 9, si dice: quante volte il 7 entra nel 35? Guardando nel divisore moltiplicato trovo, che v'entra cinque volte; perciò segno 5 nel quoziente senz' avanzar niente. Abbasso il 9, e dico: quante volte il 7 entra nel 9? Trovo, che v'entra una volta, e n'avanza 2; segno 1 nel quoziente, ed abbasso il 6 vicino al 2, che fanno 26, e dico: quante volte il 7 entra nel 26? Trovo, che v'entra tre volte, e n'avanza 5; segno 3 nel quoziente. Abbasso il 4 vicino al 5, che fanno 54, e dico: quante volte il 7 entra nel 54? Trovo, che v'entra sette volte, e n'avanza 5; laonde segno 7 nel quoziente. Quì essendo l'ultimo numero del dividendo, quel 5 abbassato importa cinque settimi di scudi; onde per non segnar questi rotti, quei cinque scudi si riducono a bajocchi: il che si fa coll'aggiugnervi due zeri, che dappoi saranno bajocchi 500. Questi bajocchi 500 devonsi dividere anch'essi per 7, come gli scudi; perciò, fatti due puntini nel quoziente per separare i bajocchi dagli scudi, si dirà: quante volte il 7 entra nel 50? Trovo, che v'entra sette volte, e n'avanza 1; onde segno 7 nel quoziente dopo i puntini, e calo o vicino all' 1, che fanno 10, e dico: quante volte il 7 entra nel 10? Trovo, che v'entra una volta, e n'avanza 3; segno 1 nel quoziente. Il 3, che quì avanza, sono tre settimi di bajocchi; onde, essendo tre bajocchi, ancor questi si possono ridurre in quattrini colla moltiplicazione per 5, quanti sono i quattrini, che fanno un bajocco.

Moltiplicato perciò il 3 per 5 fa 15; e fatti due punti nel quoziente per separare i bajocchi dai quattrini, si dirà: quante volte il 7 entra nel 15? Trovo, che v'entra due volte, e n'avanza 1; onde segno 2 nel quoziente. Quell'1, che avanza, è un settimo di quattrino; e perchè nella nostra moneta il quattrino non si divide in altra moneta inferiore, perciò non fassi altra divisione. In alcuni Luoghi il quattrino si divide in 12 denari; ma a noi ciò poco importa. Ci basti solo il saperlo per intender le scritture de' Mercadanti, i quali dopo i quattrini, invece di segnar $\frac{1}{2}$, segnano un 6, che significa *6 denari*, ch'è l'istesso di *mezzo quattrino*. Sarà dunque il quoziente scudi 5137, bajocchi 71, quattrini 2 $\frac{1}{7}$. Si noti ben quest'esempio, perchè in pratica è utilissimo; perciò pongo un *Altr' esempio*.

Scudi.

6.) 834739. (139123 : 16 ; 3 $\frac{3}{6}$.

23.
54.
07.
13.
19.

100.
40.

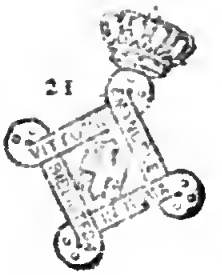
4.
5.

20.
2.

CAPITOLO VI.

DELLA PROVA DELLA MOLTIPLICAZIONE.

Dovendosi far la prova della moltiplicazione, se sia ben fatta, deesi dividere il prodotto pel moltiplicatore; e qualora il quoziente sarà uguale al moltiplicando, la moltiplicazione sarà ben fatta. Eccone l'esempio.



526.
34.
2104.
1578.

Prodotto 17884.

Dividasi dunque il prodotto 17884 pel moltiplicatore 34.

34.) 17884. (526 *Quoziente.*
88.
204.

Trovatosi il quoziente uguale al moltiplicato, ne segue, che la moltiplicazione è ben fatta.

Ciò addiviene ancora, se il prodotto dividasi pel moltiplicato; ma allora il quoziente dev'essere uguale al moltiplicatore. Vediamolo nel soprapposto esempio.

526.) 17884. (34 *Quoziente.*
2104.

Ritrovato dunque il quoziente uguale al moltiplicatore, la divisione è ben fatta. Questa e la miglior prova della moltiplicazione che non può mai fallare. Da ciò ne segue che la moltiplicazione si prova colla divisione; poichè la moltiplicazione è un prender tante volte una somma, quante sono le unità di un'altra somma: e la divisione è un vedere, quante volte una somma entra in un' altra somma maggiore. Perciò la moltiplicazione si prova colla divisione, come suo opposto: e viceversa la divisione si prova colla moltiplicazione, come vedrassi. Per questa ragione la prova della moltiplicazione non è stata posta dopo il suo Capitolo IV. ma dopo il Capitolo V.

Benchè la prova della moltiplicazione già assegnata possa essere sufficientissima: nondimeno mancar non voglio di porre ancora quì le prove del 9, e del 7, ambedue bellissime, e facilissime. Prima però di venire alla loro descrizione, porrò la moltiplicazione seguente.

374.
26.
2244.
748.
9724.

5. | 4.
8. | 4.

Per far la prova di detta moltiplicazione, si levano primieramente tutt'i 9 dal moltiplicando; il che si fa colla divisione per 9; ed il 5, che avanza, si colloca sopra un lato della croce. Di poi si levano tutt'i 9 dal moltiplicatore; e l'8, che avanza, si pone sotto la croce a dirittura del 5. Ciò fatto, si moltiplicano insieme questi due avanzi 5 per 8 fanno 40. Dal 40 levati i 9, resta 4, che segnasi sopra la croce dall'altro lato. Finalmente si levano i 9 dal prodotto, ed il residuo si pone sotto la croce. Trovandosi questi ultimi due avanzi uguali, è segno dell'ottima operazione nel moltiplicare. Nell'istessa maniera si fa la prova del 7, o di altra nota. Vediamolo nell'esempio soprapposto.

3.	1.
5.	1.

Levati i 7 dal moltiplicando, avanza 3. Levati dal moltiplicatore, avanza 5 moltiplicando questi due avanzi, cioè 3 per 5, fanno 15. Levati i 7 dal 15, n'avanza 1. Finalmente, levati i 7 dal prodotto, n'avanza 1. Il segno certo della perfetta moltiplicazione sono quei due ultimi avanzi uguali. La ragione dell'operato è manifesta per se medesima, poichè tanto nella prova del 9, quanto del 7 gli avanzi del moltiplicando, e del moltiplicatore dovendosi moltiplicare insieme, e poi levarne i 9, oppure i 7, il residuo ha la proporzione al residuo del prodotto; perchè levando tutt'i 9, o i 7 dal moltiplicando, e dal moltiplicatore, e moltiplicati insieme, il prodotto avrebbe dati tanti 9, o 7 corrispondenti alla prova, i quali 9, o 7 trovansi tutti nel total prodotto. Laonde la prova del 9, o del 7 altro non è, che una moltiplicazione abbreviata, da cui sono tolti i 9, oppure i 7; e perciò, essendo la medesima moltiplicazione, quello, che avanza in una, avanzar deve ancora nell'altra, come vedesi nei due esempj soprapposti.

Insegnar quì voglio un bel privilegio per la prova del 9, il quale non ottiene la regola del 7, o di altra nota, come sarebbe 8, 6, 5, 4, e 3, coll'indicare il modo di levar tutt'i 9 con somma facilità. Accadendo di doversi levar tutt'i 9 dalla somma seguente 357249, si sommano insieme tutte le note così: 3 e 5 fanno 8: 8 e 7 fanno 15: 15 e 2 fanno 17: 17, e 4 fanno 21: 21 e 9 fanno 30. E perchè vengono due note nell'

ultima somma. Queste si sommano di nuovo, e dicesi: 3, e 0 fanno 3. Dunque levati tutt'i 9 dal proposto numero, n'avanza 3. Questo ripiego serve solamente, come dissi, per la regola del 9, e non per alcun' altra.

CAPITOLO VII.

DELLA PROVA DELLA DIVISIONE.

Siccome la moltiplicazione provasi colla divisione, così la divisione si prova colla moltiplicazione, come si è detto nel Capitolo antecedente. Questa dunque si fa nel moltiplicare il divisore col quoziente, ed al prodotto aggiugnere i rotti del quoziente, seppur vi sono. Se la divisione sarà ben fatta, il prodotto sarà uguale alla somma del dividendo. Diamone l'esempio chiaro prima colla divisione.

7.) 3489. (498 $\frac{1}{7}$
68.
59.
3.

Ora, per farne la prova, deesi moltiplicare il divisore 7 per 498 quoziente.

498.
7.

Prodotto 3486.
3.

3489.

Al prodotto devonsi aggiugnere i 3 settimi, che sono nel quoziente della divisione; ed allora il prodotto ascenderà a 3489, che appunto era la somma da dividersi. Questo Capitolo si doveva porre dopo il quinto, ed il Capitolo passato dopo il quarto; ma sono stati così trasportati, perchè, provandosi l'uno coll' altro, non si potevano porre nei luoghi accennati.

Appendice per la Divisione.

MODI SPEDITISSIMI PER FORMARE LA SCALA DIVISORIA, QUANDO NEL DIVISORE VI SONO MOLTE NOTE; E MANIERA FACILISSIMA PER SERVIRSI DI LEI.

Prima di spedirci dalla divisione, in grazia de' Principianti voglio insegnar due modi speditissimi per formar la scala divi-

soria addietro nominata al Cap: v., ed un modo facilissimo per servirsi di lei senza pericolo di fallare.

Supponiamo, che il divisore sia 2325, e il dividendo sia 75245383194. In primo luogo si forma la scala divisoria in questa guisa. Pongo per primo grado il divisore, com'è in se stesso, e come vedesi qui al lato sinistro. Dipoi per formare il secondo grado moltiplico il divisore per 2 nel modo seguente.

Scala divisoria.

2325. (1.
4650. (2.
6975. (3.
9300. (4.
11625. (5.
13950. (6.
16275. (7.
18600. (8.
20925. (9.

2325 *Divisore.*
2.
———
Prodotto 4650. (2

Ne viene 4650, e questo prodotto ponesi per secondo grado. Inoltre per formare il terzo grado moltiplico il divisore per 3. così.

2325.
3.
———
6975. (3

Ne viene 6975; e questo prodotto si pone per terzo grado. Facciasi in questa guisa di mano in mano insino al nono grado, e sarà formata con tutta speditezza, e senza errore la suddetta scala divisoria.

Se anche in questo modo di formar la scala divisoria s'incontrasse qualche difficoltà, eccone un'altra maniera. Dopo segnato il divisore semplice nel primo grado della scala, raddoppiasi detto grado in altro luogo a parte; indi si somma insieme, e la somma ponesi per secondo grado nella scala. Di poi la somma posta per secondo grado nella scala sommasi di nuovo col divisore; e la somma, che ne viene, si pone per terzo grado nella scala. Così fassi insino al nono grado. Eccone l'esempio.

Digitized by Google

2325. (1.	2325. (1.
4650. (2.	4650. (2.
6975. (3.	2325.
9300. (4.	6975. (3.
11625. (5.	2325.
13950. (6.	9300. (4.
16275. (7.	2325.
18600. (8.	11625. (5.
20925. (9.	2325.
	13950. (6.
	2325.
	16275. (7.
	2325.
	18600. (8.
	2325.
	20925. (9.

Volendosi far la prova per vedere, se nel formar la scala siasi fallato, farassi così. Si prenda il secondo grado della scala, e poi dividasi pel numero corrispondente al suo grado al lato destro, ch'è 2. Ciò fatto, se il grado è giusto, il quoziente dev' essere uguale al primo grado della scala, cioè al divisore della somma maggiore. Eccone due esempj.

Esempio primo

Secondo grado della scala

Divisore 2.) 4650. (2325 *Quoziente.*

6.

5.

10.

Esempio secondo

Terzo grado

Divisore 3.) 6975. (2325 *Quoziente.*

9.

7.

15.

Il dividendo nel primo esempio è il secondo grado della scala; il divisore è il numero 2 corrispondente al lato destro della scala, separato col segno (, cioè con una parentesi; ed il quoziente è il primo grado della scala, cioè il divisore della somma maggiore, che trovandosi uguale al primo grado, è segno di non esservi errore.

Il dividendo nel secondo esempio è il terzo grado della scala; il divisore è il numero 3. corrispondente al lato destro della scala; ed il quoziente è il primo grado della scala; ond'è segno, che detto grado è giusto. Così può farsi insino al nono grado, dividendosi sempre il grado col numero corrispondente al lato destro. Facciasi detta scala divisoria con tutta l'attenzione, poichè, come vedrassi, formata la medesima, si può dir d'essersi fatta tutta la divisione, perchè ella è la principal cosa, e la maggior fatica.

Formatasi la scala divisoria in uno de' modi insegnati, applichiamola col divider la soprapposta somma. Ma prima stendiamo tutta l'operazione.

2325.) 75245383194. (323663605. $\frac{1569.}{1325}$

5495.
8453.
14788.
8383.
14081.
13194
1569.

Luogo a parte per dividere.

7524.
:) 6975.
0549 1.
2.) 4650.
0845 .
:) 6975.
1478 1.
5.) 13950.
00838 1.
3.) 6975.
1408 1.
6.) 13950.
2.) 5.) 00131 9 4.
11625.
1569.

Spieghiamo ora la maniera facilissima di servirsi della scala divisoria. Primieramente prendo quattro note dal dividendo, che sono 7524, essendo queste sufficienti, perchè, come vedesi, già v'entra il divisore. Dipoi osservo nella scala divisoria, e vedo il grado secondo meno del suddetto dividendo 7524. Rimiro il grado terzo meno del dividendo. Osservo il quarto grado, e trovo 9300 maggiore del dividendo 7524; dunque prendo il terzo grado 6975. E per sapere senza pericolo di fallare, quanto il dividendo 7524 superi il terzo grado 6975, si sottrae in un luogo a parte il detto grado terzo 6975 dal menzionato dividendo 7524, come vedesi fatto nella soprapposta regola a parte. Trovatosi, che il dividendo supera il terzo grado della scala di 549, questo segnasi sotto il diviso 7524, e si nota 3 nel quoziente; dipoi si cala il 5, e si avrà il dividendo 5495. Per sapere quante volte il divisore entri in questo dividendo, osservo nella scala, e di primo lancio miro il terzo grado 6975 maggiore del dividendo; e nel grado secondo trovo 4650 prossimo minore del dividendo 5495. Ora volendo sapere quanto il dividendo sia superiore al grado secondo, sottraggo questo grado 4650 dal suddetto dividendo 5495, e lo segno nel luogo a parte, come si è indicato di sopra. Trovato, che detto dividendo è superiore al secondo grado della scala nella somma di 845, perciò segno l'avanzo, o sia rotto a mano destra sotto il diviso 5495. Segno 2 nel quoziente, e calo il 3, che farà la somma di 8453. Dipoi opero, come sopra, e così fo insino all'ultima nota con tutta la speditezza, e facilità, e colla sicurezza di non errare. Sappiasi per maggior chiarezza, che se calata una nota, o numero, ed unitosi all'avanzo, o sia rotto del prossimo passato diviso, non v'entrasse il divisore, segnasi o nel quoziente, e si cala un'altra nota, o numero alla stessa dirittura; e se neppur v'entrasse il divisore, si segna parimente o nel quoziente, e calasi un'altra nota. Così fassi, fintantochè non v'entri il detto divisore almeno una volta come vedesi fatto nel 131, avanzo del diviso 14081, a cui fu calata, ed aggiunta la nota 9; e perchè fece 1319, minore del divisore 2325, fu segnato o nel quoziente, e fu calata, ed aggiunta alla medesima dirittura la nota 4, e formò la somma 13194. Se neppure anche in questa somma entrato fosse almeno una volta il divisore, sarebbesi calata un'altra nota? e se non fosse stata sufficiente neppur questa, sarebbesi segnato o nel quoziente, col calare un'altra nota, pur-

Digitized by Google

chè vi fosse stata. In questa guisa dunque si operi, fintantochè il divisore entri almeno una volta nel dividendo. Il numero picciolo al lato destro della soprapposta regola a parte indica il numero calato dal dividendo. Il numero poi al lato sinistro, diviso con questo segno), indica il grado della scala, e come vedesi, forma tutto il quoziente disteso a colonna, incominciando dal primo numero da capo, ch'è 3, insino all'ultimo da piedi, ch'è 5.

CAPITOLO VIII.

§. I.

DEI ROTTI.

Rotto non vuol significare altro, che una parte di un numero, come sarebbe $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ec., siccome ancora è stato accennato nel Capitolo quinto. Si dee solamente avvertire, che i rotti si pongono sempre di sopra, e diconsi *numeratori*; e di sotto si pone il numero, detto *denominatore*. Dei rotti altri sono uguali, ed altri disuguali. Quei rotti diconsi uguali, i cui rispettivi denominatori contengono nella medesima maniera i loro rispettivi numeratori, come apparisce nelle frazioni seguenti.

$$\frac{1}{2} : \frac{3}{6} : \frac{4}{8} : \frac{6}{12} : \frac{8}{16}.$$

Imperocchè, siccome l'1 entra due volte nel 2, così il 3 entra due volte nel 6: il 4 entra parimente due volte nell'8 ec. Ancora le susseguenti frazioni saranno uguali;

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{6}.$$

perchè ciascuna delle frazioni è 2 terzi; poichè, se si dividerà per metà $\frac{4}{6}$, sarà $\frac{2}{3}$. Tutte le altre frazioni si dicono disuguali.

§. II.

DELLO SCHIZZARE LE FRAZIONI.

Lo *schizzare le frazioni*, che vuol dire *ridurre in minor quantità una frazione di più note*, si fa col divider tante volte il denominatore, quante volte si può dividere il numeratore. Il divisore può esser qualunque numero, purchè sia sempre lo stesso nel denominatore, e nel numeratore. Per esempio: sia da ridursi in minor quantità $\frac{12}{15}$; dividerò 12 per 2, e sarà 6; dividerò 15 per 2, vi viene il rotto, onde non posso farlo; perciò farò così: dividerò 12 per 3, e sarà 4; dividerò 15 per 3,

Digitized by Google

e sarà 5. Dunque la sopradetta frazione si riduce in minor quantità col dividerla per 3, e sarà $\frac{4}{5}$ uguale a $\frac{12}{15}$. Se poi non si potesse fare colla detta facilità ovvero la divisione fosse impossibile, come $\frac{11}{16}$, allora si raddoppieranno, o triplicheranno, o quadruplicheranno secondo il bisogno il denominatore, e il numeratore; come, per ridurre in minor quantità la sopradetta frazione $\frac{11}{16}$, raddoppierò il numeratore, ed il denominatore, e verrà questa frazione $\frac{22}{32}$; e dipoi la dividerò per 4, e verranno $\frac{6}{8}$. Si può anche partire di nuovo per 2, e verranno $\frac{3}{4}$. Così farassi in qualunque altra operazione.

§. III.

DELLA FRAZIONE SPURIA.

Frazione spuria è quella, il cui numeratore è uguale, o maggiore del denominatore, come la seguente $\frac{48}{4}$. Si riduce la detta frazione col dividere il numeratore 48 pel denominatore 4; onde la frazione suddetta $\frac{48}{4}$ sarà di quoziente 12 sani, e così sarà ridotta. Si opera così in qualunque altra frazione spuria, quando vogliasi ridurre a frazione legittima.

Se si volesse ridurre un intero numero ad una frazione spuria, moltiplicherassi il numero intero con quel numero, di cui si vorrà la frazione. Per esempio: io vorrei ridurre 7 sani in rotti, il denominatore de' quali sia 15. Moltiplico 15 per 7; il prodotto sarà 105, e la detta frazione spuria si scriverà in questo modo $\frac{105}{15}$. Sempre così operasi in qualunque altra occorrenza di ridurre gl' interi in frazione spuria.

§. IV.

DEL RIDURRE LE FRAZIONI ALLA MEDESIMA DENOMINAZIONE.

Volendosi ridurre più frazioni di diverso denominatore alla medesima denominazione, cioè ad un istesso denominatore, si dee moltiplicare il numeratore dell' una col denominatore dell' altra, ed il prodotto sarà il numeratore di quella frazione, il cui numeratore si è moltiplicato; poi moltiplicasi il denominatore dell'una col denominatore dell'altra, ed il prodotto sarà il comune denominatore. Renderò ciò chiaro con un esempio. Vorrei ridurre le frazioni seguenti alla medesima denominazione.

$\frac{5}{6} : \frac{4}{8}.$

$\frac{30}{48} : \frac{32}{48}.$

Primieramente moltiplico il numeratore 5 pel denominatore 6, e ne viene 30 per primo numeratore: poi moltiplico il numeratore 4 pel denominatore 8, e ne viene 32 per secondo numeratore. Ciò fatto, deesi trovare il denominatore comune all' una, ed all'altra frazione. Per trovarlo dunque moltiplico il denominatore 8 pel denominatore 6, ed il prodotto 48 sarà il denominatore comune alle frazioni 30, e 32. Così sempre si ridurranno i rotti alla medesima denominazione. Questa riduzione merita osservazione, perch' è molto necessaria in avvenire, come ancora la regola seguente.

Volendosi ridurre quante frazioni si vorranno, deesi moltiplicare il numeratore dell' una frazione pe' denominatori delle altre, ed il prodotto sarà il numeratore di quella frazione, di cui si è moltiplicato il numeratore. Per ritrovar poi il denominatore comune, moltiplicasi il denominatore dell'una co' denominatori delle altre. Sia l'esempio.

$\frac{2}{3} : \frac{3}{4} : \frac{6}{8}.$

$64 : 72 : 72.$

$96 : 96 : 96.$

Sieno da ridursi alla medesima denominazione le suddette frazioni $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} : \frac{6}{8}$. Prima si moltiplica il numeratore 2 col denominatore 4, e fa 8; il prodotto 8 moltiplicasi pel denominatore 8, e fa 64 per primo numeratore. Passo di poi alla seconda frazione, e moltiplico il numeratore 3 pel denominatore 3, e fa 9; moltiplico il prodotto 9 pel denominatore 8, e fa 72 per numeratore della seconda frazione. Finalmente passo alla terza frazione, e moltiplico il numeratore 6 pel denominatore 3, e fa 18; moltiplico il prodotto 18 col denominatore 4, e fa 72 pel numeratore della terza frazione. Per trovare il comun denominatore delle dette frazioni, prima si moltiplica il denominatore 3 pel denominatore 4, e fa 12; il prodotto 12 moltiplicasi pel

denominatore 8, e fa 96 comune denominatore delle frazioni. Il denominatore non occorre più moltiplicarlo pe' denominatori delle altre frazioni, perchè sempre è il medesimo. Questa regola si terrà, benchè le frazioni fossero mille; cioè per trovare il numeratore, sempre si dee moltiplicare il numeratore dell'una col denominatore di tutte le altre; e per ritrovare il comune denominatore, deesi moltiplicare il denominatore dell'una col denominatore di tutte le altre frazioni. Si dice comune denominatore, perch' è il medesimo in tutte le frazioni nel dato esempio.

§. V.

DEL SOMMARE LE FRAZIONI.

Sieno da sommarsi le seguenti frazioni $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} : \frac{7}{8}$. Si debbono prima ridurre alla medesima denominazione, come si è detto di sopra.

$$\frac{\frac{2}{3} : \frac{4}{5} : \frac{7}{8}}{\frac{80}{120} : \frac{96}{120} : \frac{105}{120}}$$

Ridotte che sieno le dette frazioni alla medesima denominazione, debbonsi stendere per colonna nella seguente maniera, senza il denominatore, ed alla somma sottoscrivere il comune denominatore.

105.
96.
80.

Somma 281.

Dunque sarà la detta somma $\frac{281}{120}$, cioè 2 $\frac{41}{120}$. Ciascuno così regolar si dee, quando dovranno sommarsi le frazioni di diverso denominatore: cioè prima ridurle alla medesima denominazione, e poi sommare i numeratori, come si è fatto nell'esempio soprapposto.

§. VI.

DEL SOTTRARRE LE FRAZIONI.

Sia da sottrarsi $\frac{2}{3}$ da $\frac{7}{8}$. Si riducano alla medesima denominazione i detti rotti, ed allora saranno $\frac{16}{24} : \frac{21}{24}$. Ciò fatto, deesi sottrarre $\frac{16}{24}$ da $\frac{21}{24}$, e resteranno $\frac{5}{24}$.

Se co'rotti vi saranno ancora gl'interi, si scrivano, come nel seguente esempio.

45 : 24 — 48.
32 : 30 — 48.
---
12 : 42 — 48.

I primi numeri sono i sani: i secondi sono i rotti: ed i terzi sono i denominatori de'detti rotti. Or volendo sottrarre, incominciando da'rotti, dico: chi di 24 ne paga 30, non si può fare; onde convien togliere 1 dal 45. Quest'1 è uguale al denominatore de'rotti 48. (Ciò sempre s'intende, qualunque siasi il denominatore, cioè che un sano sia uguale al denominatore, de'suoi rotti, perchè 48 quarantottesimi è l'istesso, che un sano nel nostro caso; dunque un sano aggiunto al 24 fa 72). Di poi dico: chi di 72 ne paga 30, resta 42. Poscia non dico, chi di 5, perchè 1 fu levato pe'rotti; ma chi di 4 ne paga 2: resta 2. Finalmente chi di 4 ne paga 3, resta 1. S'intenda bene, che ogni sano fa tanti rotti, quante sono le unità del denominatore, perchè per fare un sano, vi vogliono tanti rotti, quante sono le unità del medesimo denominatore.

§. VII.

DEL MOLTIPLICARE LE FRAZIONI.

Dovendosi moltiplicare le due seguenti frazioni $\frac{3}{5} : \frac{7}{9}$, si moltiplicano i numeratori tra loro, e ne verrà di prodotto 21. Moltiplicansi poi i denominatori parimente tra loro, e ne verrà 45, cioè $\frac{21}{45}$, e sarà fatta la moltiplicazione, come nell'esempio seguente.

$\frac{3}{5} : \frac{7}{9}$

3 9
7 5
---
21 : 45

$\frac{21}{45}$

Se co'rotti vi fossero i sani, allora questi sani debbonsi ridurre alla medesima denominazione de'rotti col far due frazioni spurie; come sia da moltiplicarsi $3\frac{2}{5}$ con $6\frac{3}{4}$. Primieramente riduconsi i sani a'rotti secondo il denominatore adjacente,

cioè i 3 sani al denominatore 5 della frazione $\frac{2}{5}$ col moltiplicar 3 per 5: al prodotto 15 si debbono aggiugnere i 2 quinti, che faranno 17. Dipoi si riduce il sano 6 al denominatore 4 della frazione adjacente col moltiplicar 6 per 4; al prodotto 24 debbonsi aggiugnere i 3 quarti, che faranno 27.

$$\frac{3\ \frac{2}{5} : 6\ \frac{3}{4}}{\frac{17}{5} : \frac{27}{4}}$$

Ridotti i sani a' rotti, e fatta la frazione spuria, si debbono moltiplicare i numeratori tra loro, ed al prodotto deesi porre di sotto il prodotto dei denominatori moltiplicati parimente tra loro.

5.	27.
4.	17.
20.	189.
	27.
	459.
	20.

Fatta la moltiplicazione de' numeratori, e dei denominatori, il prodotto de' numeratori 459 deesi divider pel prodotto dei denominatori 20.

20.) 459. (22 : $\frac{19}{20}$ *Quoziente*.
59.
19.

Il quoziente sarà la quantità cercata.

Benchè il sopraddetto modo di moltiplicare i rotti sia facilissimo, porta nondimeno troppa fatica; onde ne insegnerò un altro più spedito, che useremo nella nostra Geometrìa.

62 : 3 — 4.		
5 : 6 — 8.		*A.*
310 :		
46 : 4 — 8.		
3 : 3 — 4.		*B.*
: 18 — 32.		
: 24 — 32.		*C.*
: 16 — 32.		
: 58 — 32.		*D.*
360 : 26 — 32.		*E.*

Il retrodetto modo di moltiplicare i rotti co' sani si fa così. Supponiamo, che sia da moltiplicarsi 62 $\frac{1}{4}$ per 5 $\frac{6}{8}$, come vedesi in *A*. Prima si moltiplicano i sani, cioè 5 per 62, ed il prodotto sarà 310. Poi si moltiplicano i rotti co' sani, cioè i rotti di sotto co' sani di sopra, ed i rotti di sopra co' sani di sotto. Perciò diremo: 6 via 62 fa 372. Il prodotto 372 son tutti ottavi, perchè il denominatore del 6 rotto è 8; onde sarà frazione spuria, che ridotta a frazione vera darà di quoziente 46 sani, e $\frac{4}{8}$, come si vede segnato. Indi moltiplicasi la frazione 3 pel sano 5, che fa 15. Questo prodotto 15 son tutti quarti del denominatore 4 della frazione 3; onde detto 15 dovrà dividersi pel denominatore 4, e darà di quoziente 3 sani, e $\frac{3}{4}$, come ivi segnato vedesi in *B*. Ciò fatto, si tira una linea per quanto prendono i rotti, come si è indicato nel soprapposto esempio, e si moltiplica la frazione 3 per la frazione 6 in *A*, ed il prodotto 18 segnasi sotto la linea tirata in *C*, a cui s' aggiugne ancora il denominatore cavato dal prodotto dei denominatori 4, ed 8 in *A*, che sarà 32. Ora questo 18—32 in *C* bisognerebbe sommarlo co' rotti in *B* 4—8 : 3—4; ma perchè sono di diversa denominazione questi 4—8 : 3—4, bisogna ridurli alla medesima denominazione nel modo assegnato al proprio luogo col moltiplicar 3 per 8 in *B*, che fa 24, il qual 24 segnasi in *C* sotto il 18. Poi si moltiplica 4 per 4 parimente in *B*, che fa 16, e segnasi 16 in *C* sotto 24. Il denominatore non occorre più trovarlo, perchè sempre è 32. Ciò fatto, tirasi un' altra linea parimente per quanto prendono i soli rotti, sotto la qual linea si sommano gl' indicati rotti 18 : 24 : 16, che faranno $\frac{26}{32}$. Questa frazione spuria deesi render legittima col dividerla pel proprio denominatore, che darà di quoziente un sano $\frac{26}{32}$. Finalmente, tirata una linea per quanto prendono tutti i numeri, si segneranno prima i rotti, cioè 26—32, ed i sani dappoi, come fu insegnato nel Capitolo secondo; cioè 3, e 6 fanno 9, ed 1 ne portiamo dai rotti, che fanno 10. Si segna 0. Poi 4, ed 1, che fanno 5, ed 1 ne portiamo, che fanno 6. Si segna 6, e finalmente 3. Dunque il prodotto ascenderà a 360 : 26—32. Osservisi bene questa regola di moltiplicare insieme i sani, ed i rotti, perchè si pratica quasi sempre, ed è la più spedita di quante mai se ne possano insegnare. Non mi sono ignote altre regole; ma sono elleno tanto intrigate, che confondono la mente.

Una sola cosa conviene avvertire, ed è, che i rotti son segnati col denominatore dopo il numeratore, separato con una linea, come abbiamo indicato nel soprapposto esempio, per essere il modo più spedito nel far la moltiplicazione; altrimenti si potrebbe confondere il numeratore col denominatore.

Altr' esempio per moltiplicare insieme sani, e rotti nel modo ora spiegato.

9 : 5 — 7.		
8 : 3 — 4.		*A.*
72 :		
6 : 3 — 4.		
5 : 5 — 7.		*B.*
15 — 28.		
21 — 28.		*C.*
20 — 28.		
56 — 28.		
85 : 00 — 28.		

Sieno da moltiplicarsi 9 : 5 — 7 con 8 : 3 — 4. Prima si moltiplicano i sani 8 per 9, che fanno 72; poi la frazione 3 pel sano 9 fa 27 quarti, che diviso per 4 dà di quoziente 6 : 3—4. Quindi si moltiplica la frazione 5 pel sano 8, e fa 40 settimi, che diviso per 7 dà di quoziente 5 : 5 — 7. Ciò fatto, si tira una linea, e moltiplicasi la frazione 3 per la frazione 5 in *A*, ed il prodotto 15 si segna sotto la linea. Or si dovrebbero sommar le frazioni 3 — 4, e 5 — 7 in *B* con la frazione 15 — 28 in *C*. Ma, siccome sono di diverso denominatore, è necessario ridurle alla medesima denominazione; onde moltiplicheremo la frazione 3 pel denominatore 7 in *B*, ed il prodotto 21 lo segneremo in *C* sotto la frazione 15. Quindi moltiplicheremo la frazione 5 pel denominatore 4 parimente in *B*, ed il prodotto 20 lo segneremo in *C* sotto la frazione 21. Ciò fatto, tirata una linea per quanto prendono i rotti, sommeremo detti rotti 15 : 21 : 20, ed avremo di somma 56 — 28 frazione spuria, la quale ridotta a legittima darà 2 sani di quoziente. Finalmente, tirata un' altra linea per quanto prendono tutt' i numeri, si sommeranno i sani, a' quali aggiugnerassi 2 cavato dai rotti, ed avremo di somma 85 : 00—28.

Perchè nel nostro Stato Pontificio occorre spessissimo di do-

ver moltiplicare le libbre, o le misure per quattrini, (il che potrebbe apportar qualche difficoltà ad un Principiante, se ignorasse il modo di farlo, oppure gli converrebbe fare il conto a guisa delle Donne), ne insegnerò il modo facilissimo con un esempio. Siensi, per così dire, comprate libbre 356 di Carne a quattrini 13 la libbra. Per sapere il costo si moltiplica 356 per 13; dal prodotto si separi l'ultimo numero, ed il rimanente si moltiplichi per 2, come nel seguente esempio.

356.
13.
1068.
356.
462:8.
2
924.
1:3.
9:25:3.

Moltiplicato 356 per 13 dà di prodotto 4628, che appunto son tanti quattrini, quanti valeva la Carne comprata. E perchè nella nostra moneta ogni 10 quattrini fanno 2 bajocchi, perciò si separa l'ultimo numero 8 con due punti, ed il rimanente 462 sarà tante diecine di quattrini. Onde, per ridurre i detti quattrini a bajocchi, conviene raddoppiar le diecine, cioè moltiplicarle per 2, ed avremo di prodotto 924. Siccome poi nell'8 separato v'entra il 5 una volta, che fa un bajocco, ed avanza 3, perciò sotto il 4 segneremo 1, e dopo quest'1 segneremo il 3, avanzo dell'8, e sarà la somma di bajocchi 925, e 3 quattrini. I bajocchi si riducono a scudi col separar due numeri a man destra con due punti, che nel nostro caso sarebbero 25; ed il rimanente formerà gli scudi. Sicchè le 356 libbre di Carne, a quattrini 13 la libbra, importano scudi 9, bajocchi 25, e quattrini 3, che si segnano così ₰ 9: 25: 3.

La suddetta moltiplicazione potrebbe farsi più speditamente in questo modo. Si raddoppiano i 13 quattrini, che fanno 26, e moltiplicasi 356 per 26; dal prodotto si separa l'ultimo numero, ch'esser dee diviso per metà; ed il rimanente sarà il costo cercato della Carne. Eccone l'esempio.

356.
26.

2136
712.

925:6.

9:25:3.

Moltiplicato 356 per 26, il prodotto è 9256. Separato l'ultimo numero 6, restano bajocchi 925. Il 6, come ultimo numero deesi dividere per metà, cioè toglierne 3; onde restano 3 quattrini, e ne viene in tutto la somma ₤ 9:25:3. In questa guisa dovrà regolarsi ciascuno in qualunque altra moltiplicazione de' quattrini, che non potrà errare.

§. VIII.

DEL DIVIDERE LE FRAZIONI.

Sia da dividersi la frazione $\frac{1}{4}$ per la frazione $\frac{3}{18}$. Si scriva la frazione $\frac{3}{18}$, che serve per divisore, ma scrivasi rovesciata nella seguente maniera $\frac{18}{3}$. Ciò fatto, il numeratore dell' una frazione si moltiplichi col nnmeratore dell'altra, cioè 3 per 18; ed il prodotto sarà 54. Il denominatore dell'una frazione si moltiplichi dappoi col denominatore dell'altra, cioè 4 per 3; ed il prodotto, che sarà 12, servirà per denominatore al rotto 54: onde sarà di quoziente $\frac{54}{12}$, cioè 4 : $\frac{6}{12}$.

Se si avesse a dividere un intiero 7 per una frazione $\frac{2}{3}$, si moltiplica il denominatore 3 della frazione per l' intiero 7; ed al prodotto 21 si sottoscrive il numeratore 2 della frazione dividente, ed avrassi il quoziente cercato $\frac{21}{2}$.

Pare a taluno cosa strana, che il prodotto delle frazioni sia minore del moltiplicatore, quando il quoziente è maggiore del diviso, succedendo il contrario negl' intieri. Ma si debbono considerar le definizioni della moltiplicazione, e della divisione per bene appagar l' intelletto. La moltiplicazione importa, che il prodotto contenga il numero moltiplicato tante volte, quante il moltiplicatore contiene l'unità, come apparisce dalla prova della moltiplicazione fatta per la divisione, dove, se il prodotto di-

vidasi pel suo moltiplicatore, il quoziente sarà uguale al moltiplicato, ed all'opposto. Ma nelle frazioni il moltiplicatore contiene l'unità meno di una volta; dunque il prodotto ancora conterrà il moltiplicato meno di una volta, e perciò il detto prodotto sarà meno del moltiplicato. Similmente la divisione importa, che il quoziente contenga l'unità tante volte, quante il dividendo contiene il divisore. Ma nelle frazioni il dividendo contiene il divisore più volte di quello sieno le unità nel medesimo divisore; dunque ancora il quoziente conterrà più unità di quello sia il dividendo: e per conseguenza il quoziente sarà maggiore del divisore, come apparisce nell'esempio soprapposto.

§. IX.

DEL TRASMUTARE LE FRAZIONI.

Trasmutar le frazioni vuol dire *da un denominatore farle passare in un altro*. Sia dunque da trasmutarsi la frazione $\frac{3}{7}$ alla denominazione 12. Si moltiplica il 3 numeratore della frazione $\frac{3}{7}$ pel denominatore 12. Il prodotto 36 si dee dividere per 7 denominatore della frazione $\frac{3}{7}$, ed il quoziente 5 sarà il numeratore della frazione trasmutata, cioè $\frac{5}{12}$. Se il quoziente 5 esprime esattamente il dividendo 36, dicesi trasmutazione *esatta;* ma se non l'esprime esattamente, si dice *approssimante*, qual è appunto $\frac{5}{12}$. Questa trasmutazione non è assolutamente necessaria; ma serve di molto, quando le denominazioni sono strane, per ridurle alle denominazioni praticate. I Mercanti sempre segnano i rotti per mezzo quattrino, essendo cosa insensibile; onde questa regola è stata insegnata per le cose di rilievo, e per quando si vuol fare qualche calcolo esatto.

CAPITOLO IX.

§. I.

DELLE FRAZIONI DECIMALI.

Quella frazione si dice decimale, la quale ha per denominatore uno di questi numeri, cioè 10, 100, 1000, 10000, 100000, ec.

Nelle frazioni decimali non si scrive il denominatore, ma

il solo numeratore: come se si avesse a scrivere $3\frac{7}{100}$. Si separano gl'intieri da' rotti con un punto; poi si segnano i rotti con quest' avvertenza, che ne' rotti vi sieno tante note, quanti zeri ha il denominatore; e se non vi sono dalle frazioni, si aggiungono tanti zeri avanti a' rotti, finchè tra' zeri, e note frazionarie giungasi al numero de' zeri, che sono nel denominatore. Perciò, dovendosi scrivere $3\frac{7}{100}$, fassi 3.07; invece di scriver $3\frac{29}{100}$, scrivesi 3.29; invece di $7\frac{54}{1000}$, si fa 7.054. Così ancora invece di $4\frac{527}{10000}$, fassi 4.0527, ec. Il più delle volte, oltre i zeri, scrivonsi dopo le note frazionarie gli *Apici*, de' quali se ne segnano tanti, quanti sono i zeri del denominatore. Gli apici poi si segnano così. Invece di scrivere 3.75, si fa 3.75"; invece di far 3.8, fassi 3.8'; invece di 7.054, scrivesi 7.54'''. Dunque gli apici sono quelle virgolette formate a guisa d'apostrofe; e quanti sono gli apici dopo le note frazionarie, altrettanti zeri debbono essere nel denominatore. Il numero degli apici aggiunti alla decimale chiamasi *Indice della decimale*. Il tutto è manifesto nel nostro Stato, ch' essendo i bajocchi rotti degli scudi, si segnano col separarli con uno, o due punti. Il che significa essere i bajocchi tanti centesimi, de' quali ogni cento fa uno scudo. Quindi ne viene, che dovendosi ridurre i bajocchi a scudi, basta separar le due ultime note.

§. 11.

DEL RIDURRE LE FRAZIONI A DECIMALI.

Sia la frazione 107—524 da ridursi ad una decimale, il cui denominatore sia 1000: si fa così. Prima al numeratore della frazione 107 s' aggiungono tanti zeri, quanti ne ha il dato denominatore 1000, ed avrassi di prodotto in tutto 107000. Questo prodotto poi deesi dividere pel denominatore della frazione 524., ed il quoziente 204 sarà il numeratore del denominatore 1000.

524.) 107000. (204.
2200.
104.

Dunque sarà la frazione 107—524 ridotta a decimale 0.204'''. Se la decimale esprime giustamente il valore della frazione, cioè,

se nella divisione non rimane alcun rotto, dicesi *esatta*. Quando avanzano de' rotti, che si lasciano, come parti insensibili, chiamasi *approssimante*. S'avverte, quando è approssimante, di prender sempre quel numero, che supera, per divisore, come ora si è fatto nel soprapposto esempio, dove abbiam preso 204, e non 205., quantunque n'avanzino 104, perchè, per fare un sano volendone 524, ne mancano 420. Dove chiaramente si vede, che è più quel, che manca, di quello che rimane; perciò è stato preso per numeratore 204, e non 205. Che se fosse stato più quello, che avanzava, di quel che mancava, sarebbe stato preso 205, e non 204.

§. III.

DEL RIDURRE LE DECIMALI ALLA MEDESIMA DENOMINAZIONE.

Se si volessero ridurre alla medesima denominazione le seguenti decimali 3.4, 0.5644, 5.436, ed ancora un intiero 45; per far questa riduzione, basta aggiugnere a quelle frazioni, che hanno meno note frazionarie, tanti zeri, quanti bastino, acciocchè tutte abbiano la stessa quantità di note frazionarie. Nel soprapposto esempio la frazione maggiore è 0.5644, perchè di quattro note. Dunque alla frazione 3.4 si aggiugneranno tre zeri, e sarà di quattro note. Alla frazione 5.436 aggiugnerassi un zero, e sarà di quattro note. Saranno perciò 3.4000, 0.5644, 5.4360. L'intiero 45 ridotto sarà 45.0000. Prima di passar più avanti, deesi avvertire, che se nelle frazioni decimali non vi sono i sani, prima di scriver le decimali, o l'indice delle decimali, scrivesi un zero in luogo de' sani, e questo si separa con un punto dalle frazioni, come se fosse sano. Questo si fa per togliere ogni errore, che mai potesse accadere nel leggerle.

§. IV.

DEL SOMMARE LE DECIMALI.

Per sommare le decimali, prima si riducono alla medesima denominazione; indi si sommano. Come, se si avessero a sommare le seguenti frazioni 0.03, 0.004, si riducano alla medesima denominazione, e sarà 0.030, 0.004. Or si stendano, come si fa per sommare i sani, e sarà fatto il tutto.

030.
004.

Somma 034.

§. V.

DEL SOTTRARRE LE DECIMALI.

Per sottrarre le decimali, prima si riducono alla medesima denominazione, come si è insegnato di sopra; dipoi la decimale minore si sottrae dalla maggiore. Come se si volesse sottrarre 0.004 da 0.3, si riducono alla medesima denominazione, e ne viene 0.004, e 0.030. Quindi si stendono, come i sani, in modo di sottrarre.

030.
004.

Differenza. 026.

Dunque, sottratto 0.004 da 0.030, avremo di differenza 0.026. Così operasi in qualunque altra frazione decimale.

§. VI.

DEL MOLTIPLICARE LE DECIMALI.

Dovendo moltiplicarsi la decimale 3.475 per la decimale 0.63, si fa, come si moltiplicano i sani, con questa sola eccettuazione, che al prodotto si separano tante note a mano destra, quante sono le note frazionarie del moltiplicato, e del moltiplicatore, come chiaro si vede nella presente figura.

3.475.
0.63.

1 04 25.
20.85 0.

2.189 25.

Dunque il prodotto sono 2 sani, e 18925 centomillesimi. La suddetta moltiplicazione de' decimali notisi bene, perchè è utilissima nell' Agrimensura, come si dirà nel proprio luogo al Capitolo terzo del secondo Trattato, dove più chiaramente verrà spiegata.

§. VII.

DEL DIVIDERE LE DECIMALI.

Sia da dividersi o.3 per 5.608. Per far detta divisione operasi come negl' intieri, ma con questa cautela, che il quoziente aver dee tante note frazionarie, quante il dividendo ne ha più del divisore. Perciò, quando il dividendo ne ha meno, s'accresce coll'aggiunta degli zeri, i quali debbono esser tanti, che il dividendo nelle sue note sia superiore al divisore, come nel soprapposto esempio, dove il divisore è composto di quattro note, cioè 5.608. Perciò nel dividendo si metteranno cinque zeri, ed allora sarà il dividendo o.300000. Se ne possono aggiugnere ancora quattro, sei, sette, ec., purchè, come si diceva, quante note ha il dividendo più del divisore, tante sieno nel quoziente, e non più, giacchè più non possono esser giustamente, se non rarissime volte. Ciò fatto, sarà dunque il dividendo o.300000, e il divisore 5.608. Dividiamo.

5608.) 300000. (53 *Quoziente.*
19600.
2776.

E' dunque il quoziente cercato o.053, perchè il dividendo era 3: e coll'aggiunta degli zeri nella divisione, abbiamo per quoziente 53 più del dovere. Per dare al denominatore il giusto valore, si segnerà un zero ancora avanti, e farassi o.053. Se poi al dividendo fosse stato aggiunto un altro zero, perchè allora il quoziente sarebbe stato 534, bisognava porre avanti due zeri, e scrivere o.00534. Quest'ordine di aggiugner li zeri si tenga sempre, quando nel quoziente vi saranno più note di quelle avesse il dividendo prima della divisione. Ma, perchè in questa maniera di dividere i rotti decimali non mai, oppure rarissime volte occorre, che non vi sieno rotti, i quali non s'abbiano da lasciare inconsiderati; però sarebbe meglio far la divisione de'rotti, com'è stato insegnato nel Capitolo VIII, perchè allora la divisione verrà esatta ancora nelle parti minime. Se poi fosse necessario il rotto decimale, e non altro, allora operasi, come di sopra fu indicato. Avvertasi, che i sani si dividono, e moltiplicansi, come se anch'essi fossero decimali, senz'alcun riguardo, conforme vedesi fatto nel soprapposto esempio.

Ho voluto dar questa breve cognizione delle frazioni deci-

mali, non solo perchè le troveremo utili nel decorso di cotesta Operetta, ma inoltre perchè sono necessarie per intendere alcuni Libri de' Filosofi moderni, dove *passim* leggonsi queste frazioni.

CAPITOLO X.

DELLA REGOLA AUREA, DETTA *DEL TRE*.

La presente regola *del Tre* dovrebb'esser posta dopo aver trattato delle *proporzioni Geometriche*, altro ella non essendo, che regola di proporzione. Ma, siccome di questa regola in Aritmetica, ed in pratica se ne fa un uso speciale per la sua utilità, e necessità, così ho giudicato spediente trattarne a parte in questo Capitolo, e diffondermi a spiegarne tutti gli accidenti, che in essa occorrer possono, in questa guisa recando a' Principianti, che bramano saperla, maggior lume, e chiarezza.

Regola dunque *del Tre* altro ella non è, che cercare la proporzione, che passa tra uno, ed un altro numero, essendone già dati due della medesima uguaglianza; cioè cercare quella differenza, che passa tra due numeri già posti, ed un altro numero posto, ed uno nò. Come, dati questi due numeri 3, 6, dove già sappiamo la proporzione che passa tra il 3 ed il 6, sono perciò noti che numeri sieno. Ma, posto un altro numero 5 parimente noto, di questo 5 cercasi qual ne sia il corrispondente a proporzione del 3 al 6, che sarebbe il 10; perchè, siccome il 3 entra due volte nel 6, così il 5 entra due volte nel 10. Dicesi *regola del Tre*, perchè si pongono tre proporzionali, come 3:6::5 ? che si leggono così. Se 3 mi dà 6, quanto mi darà 5 ? Trovatosi poi, che dà 10, si scrivono così 3:6::5?10. Onde colla regola del Tre non altro si fa, che ritrovare il quarto proporzionale da' tre numeri dati.

Ciò presupposto, insegnar deesi il modo di ritrovare il quarto proporzionale. Prima debbo indicare il nome de' proporzionali, dandone l'esempio: Sieno i proporzionali 3:6::4.8. I Filosofi, ed i Matematici dicono il 3 *primo antecedente*: il 6 *primo conseguente*: il 4 *secondo antecedente*: e l'8 *secondo conseguente*: il 3, e l'8 *estremi proporzionali*: il 6, ed il 4 *mezzi proporzionali*. Noi per non far confusione diremo il 3 *primo proporzionale*: il 6 *secondo proporzionale*: il 4 *terzo proporzionale*: l'8 *quarto proporzionale*. Per trovar dunque il quarto proporzionale, ove consiste la regola del Tre, si moltiplica il terzo proporzionale pel

secondo, il prodotto si parte pel primo proporzionale, ed il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato. Diamone l'esempio. Sieno dati i tre seguenti proporzionali 7:16::13? Per ritrovare il quarto proporzionale si moltiplicheranno i due ultimi proporzionali cioè 13 per 16.

13.
16.

78.
13.

Prodotto 208.

Ora il prodotto de' due ultimi proporzionali 208 deesi partire pel primo proporzionale, che è 7, ed il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato.

7.) 208. ($29\frac{1}{7}$ *Quoziente*.
68.
5.

Dunque il quarto proporzionale de' dati proporzionali 7:16::13? sarà il quoziente $29\frac{1}{7}$.

Poniamo un altr' esempio per maggior chiarezza. Sieno i tre dati proporzionali 8:13::18? Deesi ritrovare ora il quarto proporzionale. Si moltiplichino i due ultimi proporzionali, cioè 18 per 13.

18.
13.

54.
18.

Prodotto 234.

Il prodotto 234 si divida pel primo proporzionale, che è 8.

8.) 234. ($29\frac{2}{8}$
74.
2.

Dunque il quarto proporzionale degli 8:13::18 sarà il quoziente $29\frac{1}{4}$. Detti proporzionali si scrivono nella seguente maniera.

8:13::18?$29\frac{1}{4}$

Parmi avere a sufficienza spiegato, come s'abbia a ritrovare il quarto proporzionale, che è lo stesso di formare la regola del Tre. Discendiamo dunque ad applicar detta regola del Tre in

varie sperienze. Ma prima d' ogn' altra cosa sappiasi, che detta regola del Tre è di varie specie. Prima si divide in *semplice*, e *composta:* la semplice in *diretta*, e *rovescia:* la composta in *diretta composta*, e *rovescia composta*. Secondo la varietà di detta regola si dividerà il nostro discorso in differenti Capitoli, in ciascuno de' quali daremo diversi esempj. In fine aggiugneremo la regola *delle Compagnie*, che è una certa specie della regola del Tre diretta composta.

CAPITOLO XI.

DELLA REGOLA DEL TRE SEMPLICE DIRETTA.

Esempio.

Pietro ha tenuto per lo spazio di 3 mesi 9 scudi a negozio, e v' ha guadagnati 16 scudi. Ora cerca, quanto avrebbe guadagnato se teneva a negozio i detti 9 scudi per un anno, cioè 12 mesi?

Per far detta sperienza, debbonsi prima scrivere i 3 mesi: appresso si segnano i 16 scudi di guadagno: e finalmente i 12 mesi. Ciò fatto, si cerchi il quarto proporzionale, che è il fruttato di un anno: Il numero 9 ponesi prima dei proporzionali, unicamente per sapere quanto sia il Capitale; onde non entrando nella proporzione, si separa con una, o due lineette, affinchè non confonda i proporzionali medesimi.

Proporzionali 9—3 : 16 :: 12 ?

Ora deesi moltiplicare il terzo proporzionale 12 pel secondo proporzionale 16, come si è insegnato di sopra.

12.
16.

72.
12.

Prodotto 192.

Il prodotto de' due ultimi proporzionali 192 deesi partire pel primo proporzionale 3, come già fu indicato.

3.) 192. (64 *Quoziente*.
12.

Il quoziente 64 è il quarto proporzionale cercato. Dunque ne siegue, che, se *Pietro* in 3 mesi con 9 scudi ne guadagnò 16,

co' medesimi 9 scudi in un anno ne avrebbe guadagnati 64. Così poi scrivansi i detti proporzionali,

9 — 3 : 16 : : 12 ? 64.

Ciascuna delle soprannomate regole del Tre suole apportare qualche difficoltà ai Principianti, perchè non sanno come s' abbiano a disporre i proporzionali. Sappiasi dunque, che quel numero proporzionale, di cui si cerca qualche cosa, o, per meglio dire, muovesi il dubbio, o si fa questione, sempre esser dee il terzo proporzionale. Come se si dicesse: 5 scudi m' hanno fruttato scudi 30; quanto mi frutteranno 50 scudi? Ove chiaramente si vede, che non già nel 5, e nemmeno nel 30 sta la lite, ma bensì nel 50. Dunque il 50 esser dee il terzo proporzionale. Il primo proporzionale debb' esser quel numero, che produce un effetto simile al terzo proporzionale, come nel soprapposto esempio, dove il 5 produce un effetto simile al 50; perchè, siccome del 50 si cerca quanto frutterebbe, così del 5 si suppone quanto abbia fruttato. Dunque il 5 dovrà essere il primo proporzionale. Da ciò ne segue, che il 30 debba essere il secondo proporzionale. V' è ancora la regola per sapere qual sia il secondo proporzionale. Imperocchè, siccome quella cosa che si cerca dal terzo proporzionale, è il quarto proporzionale; così quella cosa, che fu prodotta da un altro numero, secondo che produrrà dal quarto proporzionale, sarà il secondo proporzionale. Come nel citato esempio, il 5 ha guadagnato 30; però 30 sarà stato fatto dal 5, siccome il quarto proporzionale sarà stato fatto dal 50. Dunque il 30 sarà il secondo proporzionale. Potrebbe un Principiante incorrere in un' altra difficoltà intorno al primo proporzionale, e sarebbe. Se per esempio si cercasse: 8 scudi in 3 mesi m' hanno fruttato 15 scudi, quanto mi avrebbero fruttato in 12 mesi? Potrebbe quì confondersi il Principiante, dubitando, se il numero 8, ovvero il 3 debba essere il primo proporzionale. Ma, se ben s' avverte, il numero 8 non produce un effetto simile al terzo proporzionale 12, cioè i mesi, di cui fassi il quesito, o domanda. Dunque 8 non può essere il primo proporzionale, conforme alla regola data di sopra, ma sarà il 3, che produce un effetto simile al 12, perchè, siccome il 12 dee dare il guadagno, così il 3 già lo ha dato. Il numero 8 mettesi prima de' proporzionali, separato da essi con una, o due lineette, come si è insegnato nel primo esempio. Il detto numero non conta cosa alcuna, ma solamente indica la quantità del Capitale. Diamone un

Altr' esempio.

Giovanni ha tenuti per lo spazio di mesi 3 scudi 9 a negozio, e v' ha guadagnati 16 scudi. Ora cerca, quanto v' avrebbe guadagnato in un anno, cioè in 12 mesi?

Scrivansi prima i mesi 3: poi gli scudi 16 di guadagno: finalmente i 12 mesi. Ciò fatto, si cerchi il quarto proporzionale, perchè il quarto proporzionale sarebbe stato il guadagno di detto *Giovanni*. Scriviamo dunque i

Proporzionali 9 = 3 : 16 : 12?

Debbonsi ora moltiplicare i due ultimi proporzionali, cioè 12 per 16, com'è stato insegnato di sopra.

12.
16.

72.
12.

Prodotto 192.

Ciò fatto, deesi partire il prodotto 192 pel primo proporzionale, che è 3.

3.) 192. (64 *Quoziente.*
12.

Il quoziente 64 è il quarto proporzionale cercato. Dunque ne segue, che, se *Giovanni* in 3 mesi con 9 scudi ne guadagnò 16, co' medesimi 9 scudi in un anno ne avrebbe guadagnati 64. I detti proporzionali dopo fatta l'operazione si scrivono così.

9 = 3 : 16 :: 12? 64.

CAPITOLO XII.

DELLA REGOLA DEL TRE ROVESCIA SEMPLICE.

Esempio.

Il Fornaio, quando il Grano vendesi scudi 5 il rubbio, dà 9 once di Pane a bajocco. Cercasi ora, quante once dar ne deve quando il Grano si vende 7 scudi il rubbio?

Ognuno ben comprende, che, crescendo il prezzo del Grano, dee calare il peso del Pane. Così ancora, calando il prezzo del Grano, cresce il peso del Pane. Quindi è, che in questo Capitolo la regola del Tre procede diversamente dalla passata; onde

se quella dicevasi *diretta*, questa si dice *rovescia*, perchè o si hanno a rovesciare i numeri proporzionali, collocando il primo in terzo luogo, ed il terzo nel primo luogo, ovvero col moltiplicare i primi due proporzionali, e partire il prodotto pel primo proporzionale, giacchè, in qualunque di queste due maniere si operi, il quoziente sempre sarà il medesimo. Ma noi, per non mutar l'ordine tenuto nelle sperienze passate, e che terremo in avvenire, useremo questa regola del Tre *rovescia* col mutare il primo proporzionale in terzo luogo, ed il terzo nel primo; e poi moltiplicheremo i due ultimi proporzionali, cioè il terzo pel secondo, e divideremo il prodotto pel primo proporzionale. Scriviamo dunque così i

Proporzionali 7 : 9 :: 5 ?

Si moltiplichino i due ultimi proporzionali.

9.
5.

Prodotto 45

Il prodotto si divida pel primo proporzionale.

7.) 45. ($6\frac{3}{7}$ *Quoziente.*
3.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, e la quantità delle once del Pane, che dee dare il *Fornajo* a bajocco, pagando il Grano 7 scudi il rubbio, se, quando il Grano si vende 5 scudi, ne dà once 9; dunque

5 : 9 : : 7 ? $6\frac{3}{7}$.

Altr' esempio;

Un CAPITANO *con* 357 *scudi mantiene* 150 *Uomini* 3. *mesi. quanto tempo col medesimo denaro manterrà* 38. *Uomini?*

Ancor quì la regola del Tre è rovescia, perchè, calando il numero degli Uomini, dee crescere il tempo. Dunque dovranno scriversi i proporzionali così.

357 = 38 : 3 : . 150 ?

Si moltiplicano i due ultimi proporzionali.

150.
3.

Prodotto 450.

Il prodotto si divida pel primo proporzionale.

38.) 450. (11 $\frac{32}{38}$. *Quoziente*.

70.

32.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, ed il tempo, che un *Capitano* potrebbe mantenere 38 Uomini con 357 scudi, se colla medesima somma manteneva 150 Persone 3 mesi; dunque

357 = 150 : 3 : : 38 ? 11 $\frac{32}{38}$.

Una sola cosa s'avverta per questo Capitolo. Arrivatosi a far tutta l'operazione, i proporzionali non si debbono più scrivere rovesciati, ma diretti, come propriamente vanno scritti, affinchè uno non resti ingannato in leggerli, leggendoli per diretti, quando in realtà sono rovesciati, come vedesi essere stato praticato ne'soprapposti esempj. Si osservi anche il denaro 357 posto avanti i proporzionali, separato con due lineette, perchè il denaro non entra nel quesito, se non per accidente, mentre tutto il quesito ravvolgesi nel tempo, e nella diversa quantità degli Uomini.

CAPITOLO XIII.

DELLA REGOLA DEL TRE DIRETTA COMPOSTA.

Esempio.

Pietro con 40 scudi in 3 mesi ne ha guadagnati 57.
Ora cerca, quanti scudi avrebbe guadagnati
con 174 scudi in un anno?

Questo quesito dee risolversi in due parti. Si dee prima cercare, quanto guadagnarebbe con 40 scudi in un anno, e poi cercare, quanto guadagnarebbe con 174 scudi parimente in un anno? Ovvero all'opposto si dee prima cercare, quanto guadagnarebbe con 174 scudi in mesi 3, se con 40 scudi ne guadagna 57, e poi cercare, quanto guadagnarebbe in un anno, se in 3 mesi guadagna tanti scudi? La ragione è chiara, perchè detto quesito s'abbia a risolvere in due parti; poichè altro è cercare quanto avrebbe guadagnato in un anno, se tanto guadagna in 3 mesi, ed altro è cercare quanto avrebbe guadagnato con 174. scudi, se con 40 scudi ha guadagnato tanto. Perciò detta regola del Tre dicesi *composta*, e perchè ambi i quesiti sono diretti, chiamasi *diretta composta*. Dunque prima cercheremo, quanto gua-

dagnerebbe con 40 scudi in un anno, se in 3 mesi guadagna scudi 57? Facciasi dunque il quesito così.

40 = 3 : 57 : : 12?

Si moltiplichino i due ultimi proporzionali.

12.
57.

84.
60.

Prodotto 684.

Il prodotto si divida pel primo proporzionale.

3.) 684. (228 *Quoziente*.
8.
24.

Il quoziente è il quarto proporzionale cercato; dunque si scriva così detta proporzione.

40 = 3 : 57 : : 12? 228.

Nel primo quesito v' erano due difficoltà. Una circa il tempo di 3 in 12 mesi. L'altra nella diversità della somma di 40 in 174 scudi. La difficoltà del tempo è stata spianata col ridurre il guadagno di 3 in 12. mesi. Resta ora a soddisfare all'altra parte del quesito della diversità della somma, il quale al presente formasi così. Se 40 scudi in un anno mi fruttano 228 scudi, quanto mi frutteranno 174 scudi? Si formi il quesito, e poi si trovi il quarto proporzionale.

12 = 40 : 228 : : 174?

Si moltiplichino i due ultimi proporzionali.

174.
228.

1392.
348.
348.

Prodotto 39672.

Il prodotto si divida pel primo proporzionale.

40.) 39672. (991 $\frac{32}{40}$ *Quoziente*.
367.
72.
32.

Il quoziente è il quarto proporzionale cercato. Dunque

12 = 40 : 228 : : 174? 991 $\frac{12}{40}$

Fatto tutto il calcolo, sarebbe molto ben fatto lo scrivere i proporzionali così.

3 = 40 : 57 : : 12 = 174? 991 $\frac{12}{40}$, ovvero $\frac{1}{5}$.

Dunque se *Pietro* in 3 mesi con 40 scudi ne ha guadagnati 57, in 12 mesi con 174 scudi avrebbe guadagnati scudi 991 $\frac{12}{40}$, cioè scudi 991, baj. 80. Dapprincipio del quesito doveansi scrivere i proporzionali, come si è fatto quì in ultimo, ma è stato tralasciato per non far confusione.

CAPITOLO XIV.

DELLA REGOLA DEL TRE ROVESCIA COMPOSTA.

Esempio.

Un CAPITANO *mantiene* 135 *Uomini per mesi* 5 *con* 380 *scudi. Ora cerca, quanto tempo manterrà* 75 *Uomini con* 456 *scudi?*

Questo è un quesito, che contiene due difficoltà: l'una in quanto al tempo, l'altra in quanto al denaro. Primieramente si cerca, se 380 scudi mantengono per 5 mesi 135 Uomini, quanto tempo si manterranno detti Uomini con 476 scudi? In secondo luogo cercasi, se 135 Uomini si mantengono tanto tempo, quanto altro tempo si manterranno 75 Uomini? Questa regola del Tre dicesi *composta*, perchè contiene due quesiti in uno. Si dice poi *rovescia*, perchè il secondo quesito esser dee rovesciato; mentre, calando gli Uomini, non cala il tempo, ma cresce. E non importa, che il primo quesito sia *diretto*, poichè, per dirsi regola del Tre *composta rovescia*, basta che una parte sia rovescia. Spianeremo dunque in primo luogo la difficoltà in quanto al tempo, che è della regola del Tre *diretta*, perchè, quando cresce il denaro, cresce ancora il tempo. Diremo perciò così.

380 : 5 : : 456?

Si moltiplichino i due ultimi proporzionali.

456.
5.

Prodotto 2280.

Il prodotto dividasi pel primo proporzionale.

380.) 2286. (6 *Quoziente.*
0.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, ed il tempo, in cui un *Capitano* potrebbe mantenere 135 Persone con 456 scudi, se con 380 scudi mantiene dette Persone 5 mesi.

Trovata la differenza del tempo col denaro, per cui si è soddisfatto alla prima parte del quesito, resta ora a soddisfare alla seconda parte circa la differenza degli Uomini col tempo. Questo quesito si formerà così. Se un *Capitano* mantiene 135 Uomini per 6 mesi, quanto tempo manterrà 75 Uomini? Qui chiaramente vedesi, che la regola del Tre è *rovescia*, perchè, calando gli Uomini, non cala il tempo, ma cresce. Dunque si stenderanno così i proporzionali.

75 : 6 : : 135 ?

Si moltiplichino i due ultimi proporzionali:

135.
6.
Prodotto 810.

Il prodotto si divida pel primo proporzionale.

75.) 810. (10 $\frac{60}{75}$ *Quoziente.*
60.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, ed il tempo, che un *Capitano* manterrà 75 Soldati con 456 scudi, se con 380 scudi manteneva 135 Soldati 5 mesi; onde ridotta la frazione sarà di tempo mesi 10, giorni 24.

E' stato detto, che la frazione $\frac{60}{75}$ de' mesi, ridotta a' giorni, porta giorni 24. Affinchè ciò non resti mai oscuro a' Principianti, avvertasi, che, siccome la frazione degli scudi si riduce a bajocchi col moltiplicarla per 100, cioè coll'aggiugnere due zeri, e la frazione de' bajocchi riducesi a' quattrini col moltiplicarla per 5, conforme è stato insegnato nel Capitolo v., così la frazione de' mesi dovrassi moltiplicar per 30, perchè ogni mese porta 30 giorni: imperciocchè ogni scudo porta 100 bajocchi, ed ogni bajocco 5 quattrini. Moltiplicando dunque 60, frazione de' mesi, nel soprapposto esempio per 30, avremo di prodotto 1800, che diviso per 75 porta appunto di quoziente 24, il quale, perchè il dividendo fu ridotto a' giorni, formerà 24 giorni.

CAPITOLO XV.

§. I.

REGOLE DA OSSERVARSI, QUANDO NE' PROPORZIONALI VI SONO I ROTTI.

Esempio.

Tizio ha comprate libbre 45 $\frac{1}{3}$ *di ferro a baj.* 8., *e quattrini* 2 *per libbra. Cerca, quanto debba pagare in tutto?*

Si scrivano in primo luogo i proporziali.

1 : 8 $\frac{1}{3}$: : 45 $\frac{1}{3}$?

Si moltiplichino i due ultimi proporzionali nel modo insegnato al Capitolo VIII. *Del moltiplicare i rotti, e sani insieme.*

8 : 2 __ 5.
45 : 1 __ 3.

40 :
32 :
18 : = __ 5.
2 : 2 __ 3.

: 2 __ 15.
: 10 __ 15.

380 : 12 __ 15.

Il prodotto ricavato di baj. 380: 12__15, cioè 4__5, sarà il costo di libbre 45 $\frac{1}{3}$ di ferro a bajocchi 8, e quattrini 2 la libbra, che sarebbero scudi 3, baj. 80, e quat. 4. Il prodotto 380: 12__15 nel presente caso non occorre dividerlo pel primo proporzionale, perchè il primo proporzionale essendo 1, non fa divisione, come è manifesto per se stesso.

Benchè la detta regola di moltiplicare i rotti, quando questi si trovino ne' proporzionali, sia buonissima, può cagionar tuttavia confusione alle volte, e molta fatica. Insegneremo perciò altre regole adattate a questo proposito; e perchè i rotti ne' proporzionali si possono ritrovare in sei diverse situazioni, cioè nel primo solamente, o nel secondo solamente, o nel terzo solamente, oppure nel terzo e nel primo, o nel terzo e secondo, o nel primo e secondo, o in tutti tre i proporzionali: perciò porremo

in questo Capitolo sei regole speciali pe' rotti della regola del Tre. Sia dunque

§. 11.

Regola Prima.

QUANDO I ROTTI SONO SOLAMENTE NEL PRIMO, O NEL SECONDO PROPORZIONALE.

Esempio.

Tizio vuol comprare 17 braccia di Tela a baj. 6., e quat. 3. il braccio. Cerca, quanto importeranno?

Questa è la prima regola de' rotti, che si trovano nella regola del Tre. Per render dunque facile in tal caso la regola del Tre, bisogna toglier via i rotti. I rotti, che stanno nel primo, o nel secondo proporzionale solamente, si tolgono col moltiplicare i sani del primo, e del secondo proporzionale col denominatore de' rotti, ed al prodotto di quel proporzionale, a cui è annesso il rotto, bisogna aggiugnere il numeratore de' rotti. Scriviamo i

Proporzionali 1 : 6 $\frac{3}{5}$: : 17?

Nel caso presente bisogna moltiplicare il sano 6 del secondo proporzionale col denominatore della frazione, ch'è 5, ed avrassi di prodotto 30; unitosi a questo prodotto il numeratore della frazione, che è 3, avremo 33 per secondo proporzionale. Ciò fatto, bisogna moltiplicare il primo proporzionale col denominatore della frazione annessa al secondo proporzionale, cioè 1 per 5, ed avremo di prodotto 5. Fattosi tutto ciò, così si scriveranno i

Proporzionali 5 : 33 : : 17?

Ridotti a tal termine i proporzionali, debbonsi moltiplicare insieme i due ultimi, cioè 17 per 33.

17.
33.

51
51.

Prodotto 561.

Il prodotto si divida pel primo proporzionale, come si è fatto sempre pel passato.

5.) 561. (112 $\frac{1}{5}$ *Quoziente.*

6.

11.

1.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, ed il prezzo, che *Tizio* dovrà pagare per 17 braccia di Tela, cioè scudo 1, baj. 12, quat. 1.

Diamo ora un esempio per quando i rotti sono nel solo primo proporzionale.

Esempio.

Antonio desidera sapere, quanto costeranno braccia 17 *di Tela, se braccia* 6 $\frac{1}{3}$ *gli costano baj.* 8?

6 $\frac{1}{3}$: 8 : : 17?

Debbonsi togliere i rotti, come nel passato esempio, col moltiplicare i sani del primo proporzionale pel denominatore de' rotti, che è 3, ed al prodotto 18 si dee aggiugnere il numeratore, che fanno 20. Moltiplicasi di poi il secondo proporzionale 8 pel denominatore della frazione, che è 3, ed avremo di prodotto 24, al quale non si dee aggiugner cosa alcuna. Il terzo proporzionale si lascia come ritrovasi, quando i rotti sono solamente nel primo, o nel secondo proporzionale. Dunque così si dovranno scrivere i detti

Proporzionali 20: 24 : : 17?

Ridotti i sani de' due primi proporzionali alla denominazione de' rotti, debbonsi moltiplicare insieme i due ultimi proporzionali.

17.
24.

68.
34.

Prodotto 408.

Il prodotto si divida pel primo proporzionale.

20.) 408. (20 $\frac{8}{20}$ *Quoziente.*

8.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, ed il prezzo di braccia 17 di Tela. Onde si dirà: se braccia 6 $\frac{1}{3}$ costano bajocchi 8, braccia 17 costeranno baj. 20, e quat. 2.

§. III.

Regola Seconda.

QUANDO I ROTTI SONO NEL SOLO TERZO PROPORZIONALE.

Esempio.

Giovanni ha comprate braccia 15 $\frac{1}{4}$ *di Tela a baj.* 8. *il braccio.*
Cerca, quanto dovrà sborsare in tutto?

1 : 8 : : 15 $\frac{1}{4}$?

Questa è la seconda regola pe' rotti, che si trovano nella regola del Tre, cioè quando i rotti sono solamente nel terzo proporzionale. Per render dunque facile la presente regola, bisogna ridurre i sani del primo proporzionale alla denominazione de' rotti. Poscia alla medesima denominazione riduconsi ancora i sani del terzo proporzionale, moltiplicando i sani col denominatore de' rotti; ed al prodotto aggiugnesi il numeratore, come fu insegnato nel Capitolo VIII. al §. III. *Della frazione spuria*. Riduciamo dunque i detti sani a' rotti così. Moltiplichiamo l'intiero 15 del terzo proporzionale col denominatore della frazione, che è 4, ed avremo di prodotto 60; a questo prodotto unita la frazione annessa, cioè il numeratore 1, farà 61 per terzo proporzionale. Poi riduciamo l'intiero 1 del primo proporzionale alla denominazione medesima de' rotti, che è 4, ed avremo di prodotto 4. Fatto tutto ciò, così si scriveranno i

Proporzionali 4 : 8 : : 61 ?

Si moltiplichino i due ultimi proporzionali.

61.
8.

Prodotto 488.

Il prodotto si divida pel primo proporzionale.

4 :) 488. (122 *Quoziente*.
8.
08.
0.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato. Onde *Giovanni* per braccia 15 $\frac{1}{4}$ di Tela dovrà spendere sc. 1 baj. 22, se un braccio costa bajocchi 8.

Altr' esempio.

Tizio ha dati a censo scudi 5792 $\frac{1}{5}$ *a ragione di* 4 *scudi per* 100. *Cerca, quanto gli frutteranno all' anno?*

100 : 4 : : 5792 $\frac{1}{5}$.

In quest' esempio operar deesi, come nel passato. Riduciamo dunque in primo luogo i sani del terzo proporzionale alla denominazione de' rotti; cioè moltiplichiamo 5792 per 5, ed avremo di prodotto 28960; a questo prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, farà 28963. Riduciamo ora il primo proporzionale alla denominazione de' rotti col moltiplicar 100 per 5, ed avremo di prodotto 500. Ciò fatto, si dovranno scrivere i

proporzionali 500 : 4 : : 28963?

Si moltiplichino i due ultimi proporzionali.

28963.
4.

Prodotto 115852.

Il prodotto si divida pel primo proporzionale.

500.) 115852. (231 $\frac{352}{500}$ *Quoziente.*
1585.
852.
352.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, e l'entrata di *Tizio* dà 5792 $\frac{1}{5}$ a ragione di 4 per 100, cioè l'entrata sarà di scudi 231, baj. 70, e quat. 2.

§. IV.

Regola Terza.

QUANDO I ROTTI SONO NEL PRIMO, E SECONDO PROPORZIONALE.

Esempio.

Tizio cerca sapere, quanto costeranno braccia 17 *di Tela, quando braccia* 2 $\frac{1}{4}$ *costano baj.* 7 $\frac{1}{5}$?

2 $\frac{1}{4}$: 7 $\frac{1}{5}$: : 17?

Questa è la terza variazione de' rotti, che si può trovar ne

proporzionali, cioè quando in ambidue i primi proporzionali sono vi i rotti. Per renderla facile, i sani di essi due primi proporzionali debbonsi ridurre alla denominazione della frazione annessa. Come nel soprapposto esempio, si dee moltiplicare il sano 2 del primo proporzionale pel denominatore della frazione annessa, che è 4; al prodotto 8 debbesi aggiugnere il numeratore della frazione annessa, che è 3, e farà 11 per primo proporzionale. Poscia deesi moltiplicare il sano 7 del secondo proporzionale pel denominatore della frazione annessa, che è 5, ed avrassi di prodotto 35, al qual prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, che è 1, farà 36. Dopo di ciò così si scriveranno i

Proporzionali $\frac{11}{4} : \frac{36}{5} : : 17$?

Ridotti a tal segno i proporzionali, cioè i primi due, debbonsi ridurre alla medesima denominazione, come fu insegnato nel Capitolo VIII. *al §.* IV. *Del ridurre le frazioni alla medesima denominazione*, moltiplicando il numeratore dell'una col denominatore dell'altra, cioè 11 per 5, e 36 per 4; ed allora avremo i seguenti

Proporzionali 55 : 144 : : 17?

Scritti in tal guisa i proporzionali senza il denominatore de' rotti, perchè non occorre più scriverlo, si dovranno moltiplicare insieme i due ultimi proporzionali.

144.
17.

1008.
144.

Prodotto 2448.

Il prodotto si divida pel primo proporzionale.

55.) 2448. (44 $\frac{28}{55}$
248.
28.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, ed il costo di braccia 17 di Tela, quando braccia 2 $\frac{1}{4}$ costano bajocchi 7, e quat. 1: cioè braccia 17 costano baj. 44, e quat. 2 $\frac{6}{11}$.

§. V.

Regola Quarta.

QUANDO I ROTTI SONO IN TUTTI TRE I PROPORZIONALI.

Esempio.

Caio desidera sapere, quanto gli costeranno braccia $25\frac{1}{3}$ *di Panno, mentre braccia* $4\frac{2}{8}$ *gli costano bajocchi* $9\frac{1}{5}$?

$$4\tfrac{2}{8} : 9\tfrac{1}{5} : : 25\tfrac{1}{3} ?$$

Per render facile questa quarta regola, prima si ridurranno i sani de' due primi proporzionali alla denominazione della frazione annessa, e poi si ridurranno alla medesima denominazione, come si è insegnato nella *Regola Terza* del presente Capitolo. Moltiplichiamo dunque l'intiero 4 del primo proporzionale col denominatore della frazione annessa, che è 8, ed avremo di prodotto 32; a questo prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, che è 2, farà 34 per primo proporzionale. Poi moltiplichiamo l'intiero 9 del secondo proporzionale col denominatore della frazione annessa, che è 5, ed avremo di prodotto 45; al qual prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, che è 3, farà 48. Ciò fatto, si scriveranno i proporzionali col proprio denominatore nella forma seguente.

$$\tfrac{34}{8} : \tfrac{48}{5} : 25\tfrac{1}{3} ?$$

Fatto tutto questo, i primi due proporzionali debbonsi ridurre alla medesima denominazione, moltiplicando il numeratore dell'uno col denominatore dell'altro. Moltiplichiamo dunque il numeratore 34 pel denominatore 5, ed avremo di prodotto 170 per primo proporzionale. Moltiplichiamo poi il numeratore 48 pel denominatore 8, ed avremo di prodotto 384. Ridotti i primi due proporzionali alla medesima denominazione, scrivonsi, come seguono, senza il proprio denominatore.

$$170 : 384 : : 25\tfrac{1}{3} ?$$

Ridotti i proporzionali a tal segno, bisogna operare, come è stato insegnato nella *regola seconda* di questo Capitolo, cioè bisogna ridurre l'intiero 25 del terzo proporzionale alla denominazione della frazione annessa, che è 3, ed avremo di prodotto 75; al qual prodotto deesi aggiugnere il numeratore della frazione annessa, che è 1, e farà 76. Poi bisogna moltiplicare

170 del primo proporzionale (il quale ora si considera come sano, e non come rotto) pel denominatore medesimo della frazione annessa al terzo proporzionale, che è 3, ed avremo di prodotto 510 per primo proporzionale. Ciò fatto, si scrivano in tal modo i

Proporzionali 510 : 384 : : 76 ?

Ora siamo giunti a segno; onde si opera, come nel Capitolo XI. Moltiplichiamo dunque i due ultimi proporzionali.

384.
76.
2304.
2688.
Prodotto 29184.

Il prodotto deesi partire pel primo proporzionale, che è 510.

510.) 29184. (57 $\frac{114}{510}$ *Quoziente.*
3684,
114.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, ed il costo di braccia 25 $\frac{1}{3}$ di Panno, mentre braccia 4 $\frac{2}{3}$ costano bajocchi 9, quatrini 4: cioè le dette braccia 25 $\frac{1}{3}$ importano baj. 57, quat. 1 $\frac{1}{15}$.

Altr' esempio.

Antonio vorrebbe comprare un Caldajo di libbre 18 $\frac{1}{12}$; *ma vorrebbe pagarlo a ragione di bajocchi* 45 $\frac{1}{2}$ *ogni* 3 *libbre* $\frac{4}{12}$. *Cerca, quanto dovrebbe spendere pel detto Caldajo?*

3 $\frac{4}{12}$: 45 $\frac{1}{2}$: : 18 $\frac{1}{12}$?

Quì deesi operare, conforme si è fatto nell'esempio prossimo passato, in questa maniera. Prima bisogna ridurre i sani de' primi due proporzionali alla denominazione della frazione annessa, come fu insegnato nel Capitolo VIII. al §. III *della frazione spuria*, e come si è operato nella *regola terza* di questo Capitolo. Moltiplichiamo dunque l'intiero 3 primo proporzionale col denominatore della frazione annessa, che è 12, ed avremo di prodotto 36; al qual prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, ch'è 4, fa 40 per primo proporzionale. Moltiplichiamo ora l'intiero 45 del secondo proporzionale col denominatore della frazione annessa, che è 2, ed avremo di prodot-

to 90; al qual prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, che è 1, fa 91 per secondo proporzionale. Ridotti a tal segno i proporzionali, si scrivano così col proprio denominatore.

$\frac{40}{12} : \frac{91}{1} : : 18\ \frac{1}{12} ?$

Debbonsi ora i primi due proporzionali ridurre alla medesima denominazione, secondo che fu insegnato nel citato Capitolo VIII. al §. IV. sotto questo titolo, e conforme si è operato nella *regola terza* del presente Capitolo. Moltiplichiamo dunque 40 per 2, ed avremo di prodotto 80 per primo proporzionale; moltiplichiamo 91 per 12, ed avremo di prodotto 1092 per secondo proporzionale. Si dovranno poi così scrivere i proporzionali senza il loro denominatore.

80 : 1092 : : 18 $\frac{1}{12}$?

Bisogna ora togliere i rotti dal terzo proporzionale nel modo insegnato di sopra nella *regola seconda* di questo Capitolo; cioè moltiplicando i sani del primo, e del terzo proporzionale col denominatore della frazione annessa al terzo proporzionale. Moltiplichiamo dunque 18 per 12, ed avremo di prodotto 216; al qual prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, che è 5, fa 221 per terzo proporzionale. Moltiplichiamo adesso 80 del primo proporzionale, che si considera presentemente come sano, col denominatore della frazione, che è parimente il 12, ed avremo di prodotto 960 per primo proporzionale. Fattasi tale operazione, si scriveranno così i detti

Proporzionali 190 : 1092 : : 221 ?

Ridotti a tal segno i proporzionali, operasi, come fu insegnato nel Capitolo XI., cioè col moltiplicare insieme i due ultimi proporzionali.

1092.
221.

1092.
2184.
2184.

Prodotto 241332,

Dividasi il prodotto pel primo proporzionale.

960.) 241332.(251 $\frac{372}{960}$ *Quoziente.*
4933.
1332.
372.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, ed il prezzo, che dovrà sborsare *Antonio* per un Caldajo di libbre 18 $\frac{1}{12}$, mentre libbre 3 $\frac{4}{11}$ l'ha pagate baj. 45 $\frac{1}{2}$: cioè dovrà spendere scudi 2, baj. 51, e quat. 1 $\frac{11}{16}$.

§. VI.

Regola Quinta.

QUANDO I ROTTI SONO NEL SECONDO, E TERZO PROPORZIONALE.

Esempio.

Pietro vorrebbe dare a censo scudi 546 $\frac{1}{4}$ *a ragione di* 5 $\frac{1}{2}$ *per* 100. *Cerca, quanto gli frutteranno?*

100 : 5 $\frac{1}{2}$: : 546 $\frac{1}{4}$?

Per render facile la regola del Tre, quando i rotti sono nel secondo, e nel terzo proporzionale, debbonsi ridurre i sani del primo, e del secondo proporzionale alla denominazione della frazione annessa, come sotto questo titolo sufficientemente fu inseguato nel Capitolo VIII., e nella *regola prima* di questo Capitolo fu praticato. Si moltiplichi dunque l'intiero 100 del primo proporzionale col denominatore della frazione annessa al secondo proporzionale, che è 2, ed avremo di prodotto 200 per primo proporzionale. Si moltiplichi poi l'intiero 5 del secondo proporzionale col denominatore della frazione annessa, che è similmente 2, ed avremo di prodotto 10; al qual prodotto unito il numeratore della frazione annessa, che è 1, farà 11 per secondo proporzionale. Ciò fatto, così si scriveranno i

Proporzionali 200 : 11 : : 546 $\frac{1}{4}$?

Ridotti in tal guisa i proporzionali, bisogna moltiplicare i sani del primo, e del terzo proporzionale, col denominatore della frazione annessa al terzo proporzionale, come si è praticato nella *regola seconda* del presente Capitolo. Moltiplichiamo dunque 200 primo proporzionale col denominatore della frazione annessa al terzo proporzionale, che è 4, ed avremo di prodotto 800 per primo proporzionale. Moltiplichiamo dipoi l'intiero 546. del terzo proporzionale col medesimo denominatore della frazione annessa, che è 4, ed avremo di prodotto 2184; al qual prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, che è 3,

farà 2187 per terzo proporzionale. Fatto questo, così si scriveranno i

Proporzionali 800 : 11 : : 2187 ?

Dopo ciò si opera, secondo che nel Capitolo XI. fu insegnato: cioè si moltiplicano insieme gli ultimi due proporzionali.

2187.
11.
2187.
2187.
Prodotto 24057.

Il prodotto si divida pel primo proporzionale.

800.) 24057. (30 $\frac{57}{800}$ *Quoziente*.
57.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, e l' utile, che avrà *Pietro* da 546 $\frac{1}{4}$ di scudi, se da 100 ne avea scudi 5 " : cioè avrà di utile scudi 30, e quattrini o $\frac{1}{8}$.

§. VII.

Regola Sesta.

QUANDO I ROTTI SONO NEL PRIMO, E TERZO PROPORZIONALE.

Esempio.

Pietro desidera sapere, quanto costeranno braccia 24 $\frac{1}{3}$ *di Panno, se braccia* 2 $\frac{1}{4}$ *costano baj.* 15 ?

2 $\frac{1}{4}$: 15 : : 24 $\frac{1}{3}$?

Qui chiaramente apparisce, che si può operare, come nell' esempio prossimo passato, poichè pe' rotti del primo proporzionale operasi, come nella *prima regola*: pe' rotti del terzo proporzionale, come nella *seconda regola*. Contuttociò non sarà superfluo l'insegnarlo, essendo che sapendo uno molte regole, può operare secondo quella regola, che gli cade più in acconcio. Per la presente regola dunque si opera così. Prima i sani del primo proporzionale si riducono alla denominazione della frazione annessa, e poi ancor quei del terzo proporzionale alla denominazione della frazione annessa. Moltiplichiamo dunque l' intiero 2 del primo proporzionale col denominatore della frazione annessa, che è 4, ed avremo di prodotto 8; al qual prodotto aggiunto

il numeratore della frazione annessa, che è 1, farà 9 per primo proporzionale. Poi moltiplichiamo l'intiero 24 del terzo proporzionale col denominatore della frazione annessa, che è 3, ed avremo di prodotto 72: al qual prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, che è 1, farà 73 per terzo proporzionale. Ciò fatto, si scriveranno così i proporzionali col loro rispettivo denominatore.

$\frac{9}{4} : 15 : : \frac{73}{1}$.

Fatto questo, debbonsi ridurre alla medesima denominazione il primo, ed il terzo denominatore nel modo insegnato al Capitolo VIII. sotto questo titolo, cioè moltiplicando il numeratore dell'una col denominatore dell'altra frazione. Moltiplichiamo dunque il 9 numeratore del primo proporzionale col 3 denominatore del terzo proporzionale, ed avremo di prodotto 27 per primo proporzionale. Poscia moltiplichiamo il 73 numeratore del terzo proporzionale col 4 denominatore del primo proporzionale, ed avremo di prodotto 292 per terzo proporzionale. Ciò fatto, si scriveranno i detti proporzionali senza il denominatore così.

27 : 15 : : 292

Ridotti a tal segno i proporzionali, si opera secondo l'insegnamento dato nel Capitolo XI, cioè si moltiplicano insieme gli ultimi due proporzionali.

292.
15.
1460.
292.
Prodotto 4380.

Il prodotto si divida pel primo proporzionale.

27.) 4380. (162 $\frac{6}{27}$ *Quoziente*.
168.
60.
6.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, ed il denaro, che dovrà sborsar *Pietro* per braccia 24 $\frac{1}{3}$ di Panno, cioè scudo 1, baj. 62, e quat. 1 $\frac{1}{9}$.

CAPITOLO XVI

DELLA PROVA PER LA REGOLA DEL TRE.

Prima di venire alla spiegazione della prova per la regola del Tre, è necessario premettere un esempio, affinchè tutto riesca con chiarezza. Eccolo pertanto:

3 : 5 :: 9 ?

Moltiplichiamo i due ultimi proporzionali,

9.
5.

Prodotto 3. (45.) 15 *Quoziente.*
15

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato; dunque

3 : 5 :: 9 ? 15

Venendo ora alla sua prova, in primo luogo può farsi col moltiplicare il quoziente pel divisore, cioè il primo col quarto proporzionale, e partendo il prodotto pel terzo proporzionale, perchè, se l'operazione è ben fatta, il quoziente sarà uguale al secondo proporzionale. Facciamone la sperienza. Moltiplichiamo il quarto pel primo proporzionale, cioè 15 per 3, ed avremo di prodotto 45; il prodotto 45 partito pel terzo proporzionale 9, avremo di quoziente 5, quant'è appunto il secondo proporzionale.

Oppure il prodotto si parte pel secondo proporzionale, ed il quoziente in tal caso sarà uguale al terzo proporzionale. Per farne la sperienza, il medesimo prodotto 45 si parta pel secondo proporzionale 5, ed avremo di quoziente 9, quant'è appunto il terzo proporzionale.

Ovvero il medesimo prodotto si parte pel quarto proporzionale, ed il quoziente sarà uguale al primo proporzionale; oppure si parte pel primo proporzionale, ed allora il quoziente sarà uguale al quarto proporzionale, com'è manifesto dalla prova della *Moltiplicazione* insegnata nel Cap. VI.

In secondo luogo si prova, se l'operazione sia ben fatta, col moltiplicare il primo pel quarto proporzionale, ed il secondo pel terzo, perchè, se l'operazione anderà bene, il prodotto di una moltiplicazione sarà uguale al prodotto dell'altra moltiplicazione. Facciamone lo sperimento nel soprapposto esempio, moltiplicando il primo pel quarto proporzionale, cioè 3 per 15, ed avremo di prodotto 45; dipoi moltiplichiamo il secondo pel

terzo proporzionale, cioè 5 per 9, ed avremo di prodotto 45; ed essendosi ritrovati i prodotti uguali, diciamo, che nell'operazione non v' è errore. Deesi soltanto avvertire, che, se ne' proporzionali vi fossero i rotti, questi si moltiplicano nella maniera insegnata al Capitolo VIII. sotto questo titolo, affinchè, conforme debbono, entrino anch' essi nel prodotto, per conservare la proporzione.

Si prova in terzo luogo l'operazione, se sia ben fatta, col rovesciare i termini proporzionali, cioè col mettere il primo in terzo luogo, il terzo in primo luogo, ed il quarto in secondo luogo. Facciamone la sperienza nell'esempio summentovato, che era 3 : 5 : : 9 ? 15.

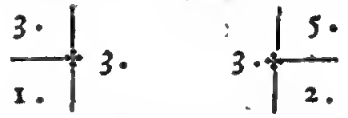
9 : 15 : : 3 ?

Ciò fatto, deesi formare la regola del Tre *diretta* col moltiplicare i due ultimi proporzionali, cioè 3 per 15, ed avremo di prodotto 45. Il prodotto 45 si dee partire pel primo proporzionale 9, ed avremo di quoziente 5, il quale era appunto quel che dava il primo proporzionale, che era 3; onde ora saranno i proporzionali 9 . 15 : : 3 : 5; e tornando uguali, è segno della perfetta operazione.

Provasi finalmente la perfetta operazione colla regola del 9, e del 7. Questa prova si forma col levar prima i 9 dal primo proporzionale, poi dal quarto proporzionale; ed il residuo deesi moltiplicare insieme, ed al prodotto si debbono levar di nuovo i 9. Ciò fatto, si levano parimente i 9 dal secondo proporzionale, e poi dal terzo; ed il residuo deesi moltiplicare insieme, ed al prodotto si levano i 9. Se l' operazione della regola del Tre è ben fatta, il residuo de' prodotti debb' essere uguale. Facciamone la sperienza nel soprapposto esempio 3 : 5 : : 9 : 15.

Leviamo i 9 dal primo proporzionale 3, e resta 3, il quale segnasi da un lato. Levati i 9 dal quarto proporzionale 15, resta 6, il quale si segna sotto il residuo 3. Moltiplicati ambi questi residui, cioè 3 per 6, avremo di prodotto 18, dal qual prodotto levati i 9, resta 0, il quale si segna al lato opposto de' residui 3, e 6. Poscia levati i 9 dal secondo proporzionale 5, resta 5, il quale segnasi da un lato in diverso luogo. Levati

parimente i 9 dal terzo proporzionale, resta 0, il quale si segna sotto il 5. Moltiplicando poi ambidue questi residui insieme, cioè 0 per 5, avremo di prodotto 0, dal quale non si possono levare i 9, perchè non vi sono, altrimenti si farebbe. Segnasi dunque 0 al lato opposto de' due residui. Incontrandosi pertanto questi due ultimi residui uguali, cioè 0, e 0, sarà segno della perfetta operazione. Nell'istessa maniera si forma la prova del 7.



Levati i 7 dal primo proporzionale 3, resta 3, il quale si segna da un lato. Levati i 7 dal quarto proporzionale 15 resta 1, il quale si segna sotto il 3 residuo. Moltiplicati insieme ambidue questi residui, cioè 1 per 3, avremo di prodotto 3, dal quale non si possono togliere i 7, perchè non vi sono; onde si segna il detto 3, come residuo, al lato opposto de' residui 1, e 3. Dipoi levati i 7 dal secondo proporzionale 5, resta 5, il quale segnasi in disparte da un lato. Levati i 7 dal terzo proporzionale 9, resta 2, il quale si segna sotto il 5. Moltiplicati insieme questi due residui, cioè 2 per 5, avremo di prodotto 10, da cui levati i 7, resta 3, il quale si segna al lato opposto de' due residui 2, e 5. Essendosi così ritrovati ambidue gli ultimi residui uguali, cioè 3, e 3, è segno della perfetta operazione. Deesi però avvertire, che, se ne' proporzionali vi fossero i rotti, per adoperare la prova del 9, o del 7, debbonsi togliere i detti rotti nel modo insegnato nelle *sei regole* spiegate nel Cap. XV.

CAPITOLO XVII.

DELLA REGOLA DEL TRE, DETTA *DELLE COMPAGNIE*.

Esempio.

Quattro Compagni di società hanno guadagnati in 12. *mesi scudi* 349. *Il primo però ha posto in Fondo, o per Capitale scudi* 25: *il secondo scudi* 64: *il terzo scudi* 84: *ed il quarto scudi* 100. *Si cerca, quanto abbia ciascun guadagnato colla sua porzione?*

Questa regola del Tre al presente dicesi *Regola delle Compagnie*, perchè praticasi tra' Compagni di società, ove tante volte cercar deesi il quarto proporzionale, quanti sono i Com-

pagni associati. Per farla dunque, si mette per primo proporzionale la somma del Capitale di tutti gli Associati; per secondo proporzionale ponesi tutto il guadagno; per terzo proporzionale si pone il Capitale degli Associati, uno per uno, come nel presente caso, per esser gli Associati quattro: altrettante volte si muta il terzo proporzionale, ed ogni volta operasi, com'è stato insegnato nel Capitolo XI. Sommiamo dunque i Capitali.

25.
64.
84.
100.

Somma 273. *de' Capitali.*

Ciò fatto, incominciando dal primo Capitale, che è 25, deesi fare il quesito così. Se 273, che è la somma de' Capitali, mi ha dato 349, che è la somma generale del guadagno, quanto mi darà 25, che è il primo Capitale? Si stenda dunque il quesito.

273 : 349 : : 25 ?

Operasi ora, come nel Capitolo XI. *della regola del Tre semplice diretta* è stato insegnato; cioè si moltiplichino insieme gli ultimi due proporzionali.

349.
25.

1745.
698.

Prodotto 8725.

Il prodotto si divida pel primo proporzionale.

273.) 8725. (31 : 95 : 4 $\frac{211}{273}$
535.

Ridotto 262. *a' bajocchi.*

273.) 26200. (95.
1630.

Ridotto 265. *a' quattrini.*

5.

273.) 1325. (4 $\frac{233}{273}$
233.

Il quoziente è il quarto proporzionale cercato, ed anche la porzione, che conviensi a chi pose 25 scudi di Capitale.

Vediamo ora ciò, che si compete al secondo, cioè a quello, che pose scudi 64 di Capitale. Il quesito formasi, come il primo, alla riserva che, invece di metter per terzo proporzionale 25, si pone 64. Scriviamo dunque i proporzionali.

273 : 349 : : 64 ?

Si moltiplichino i due ultimi proporzionali.

```
   349.
    64.
  ------
  1396.
 2094.
 ------
 22336.   Prodotto
```

Il prodotto dividasi pel primo proporzionale.

```
273. ) 22336.  ( 81 : 81 : 3 16/273
       496.
      -----
Ridotto 223   a' bajocchi.
273. ) 22300.  ( 81.
       460.
      -----
  Ridotto 187   a' quattrini.
        5.
      -----
273. )  935.  ( 3 116/273
        116
```

Il quoziente è il quarto proporzionale cercato, e la somma di guadagno, che conviensi a chi pose scudi 64 di Capitale.

Vediamo ciò, che competesi al terzo, cioè a chi pose scudi 84 di Capitale. Si formi il quesito, come i passati, col mutar solamente il terzo proporzionale, cioè ponendo per terzo proporzionale gli 84 scudi.

273 : 349 : : 84?

Si moltiplichino insieme gli ultimi due proporzionali.

349.
84.
1396.
2792.
Prodotto 29316.

Il prodotto dividasi pel primo proporzionale.

273.) 29316. (107 : 38 : 2 $\frac{84}{273}$
2016.
Ridotto 105 *a' bajocchi*.
273.) 10500. (38.
1310.
Ridotto 126 *a' quattrini*.
5.
273.) 630. (2 $\frac{84}{273}$
84

Il quoziente è il quarto proporzionale cercato, ed anche la somma del guadagno di chi pose scudi 84 di Capitale.

Finalmente vediamo ciò, che si compete al quarto, cioè a quello, che pose 100 scudi di Capitale. Si formi il quesito, come i passati, mettendo però nel terzo proporzionale i 100 scudi.

273 : 349 : : 100;

Si moltiplichino insieme i due ultimi proporzionali.

349.
100.

Prodotto 34900.

Il prodotto 34900 dividasi, come ne' passati esempj si è praticato, pel primo proporzionale.

273.) 34900. (127 : 83 : 4 $\frac{111}{273}$
760.
2140.

Ridotto 229 *a' bajocchi.*

273.) 22900. (83.
1060.

Ridotto 241 *a' quattrini.*

5.

273.) 1205. (4 $\frac{113}{273}$
113.

Il quoziente è il quarto proporzionale cercato, ed anche la somma, che si compete a chi pose 100 scudi di Capitale. Fatto dunque il computo, ne segue, che si debbono

A chi pose 25 scudi ——— ₰ 31 : 95 : 4 $\frac{231}{273}$

A chi pose 64 scudi ——— ₰ 81 : 81 : 3 $\frac{116}{273}$

A chi pose 84 scudi ——— ₰ 107 : 38 : 2 $\frac{84}{273}$

A chi pose 100 scudi ——— ₰ 127 : 83 : 4 $\frac{111}{273}$

Ora deesi vedere, se la partizione sia ben fatta col farne la prova. Provasi la regola delle Compagnie, oltre alle quattro regole assegnate nel Capitolo passato, col far la somma de' quarti proporzionali, o delle porzioni, che spettansi agli Associati, perchè, se la partizione sarà ben fatta, detta somma sarà uguale alla somma di tutto il guadagno. Prima però si sommano i rotti, per non far confusione. Sommiamo dunque i detti rotti.

233.
116.
84.
113.

Somma 546 *de' rotti.*

Detta somma ora deesi dividere pel denominatore 273, di cui essa somma viene ad esserne il rotto. Dividiamo dunque

273.) 546. (2 *Quoziente.*

Trovatosi il quoziente 2, questo unir deesi alla somma de' sani nella colonna de' quattrini così.

31 : 95 : 4:
81 : 81 : 3.
107 : 38 : 2.
127 : 83 : 4.
2.

Somma 349 : 00 : 0.

Trovandosi la somma del guadagno di ciascheduno uguale alla somma di tutto il guadagno, è segno della perfetta operazione. Questa regola può servire in qualunque società.

Altr' esempio.

Tre Persone hanno fatta compagnia in un Negozio. Il primo pose di Capitale 95. *scudi, il secondo* 130, *ed il terzo* 187. *Hanno guadagnato* 3745 *scudi. Cercasi, quanto competa a ciascheduno di parte* pro rata *della sua porzione di Capitale?*

Questo è un quesito simile al precedente, e perciò ancor quì la regola del Tre dicesi *regola delle Compagnie*. Per risolverlo dunque, debbonsi prima sommare i Capitali, e poi far tre volte la regola del Tre, perchè tre sono i Compagni. Sommiamo pertanto i Capitali.

95.
130.
185.

Somma 410 *de' Capitali.*

Ritrovata la somma de' Capitali, deesi formare il quesito così. Se 410, somma de' Capitali, mi dà 3745, che è la somma

del guadagno, quanto mi darà 95, somma del Capitale del primo Compagno? Si scrivano dunque nella seguente maniera i proporzionali, com'è stato insegnato nel Capitolo XI.

410 : 3745 : 95?

Si moltiplichino insieme i due ultimi proporzionali.

3745.
95.
18725.
33705.
Prodotto 355775.

Il prodotto dividasi pel primo proporzionale.

410.) 355775. (867 : 74 : 1 $\frac{390.}{410.}$
2777.
3175.
Ridotto 305 *a' bajocchi.*
30500.
1800.
Ridotto 160 *a' quattrini.*
5.
800.
390.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, e la porzione di guadagno, che si compete a chi pose 95 scudi di Capitale.

Vediamo ora ciò, che competesi al secondo, cioè a chi pose scudi 130 di Capitale. Il quesito si formi, come il passato, mutando il terzo proporzionale, cioè in luogo del 95, pongasi 130.

410 : 3745 : : 130?

Si moltiplichino i due ultimi proporzionali.

3745.
130.
112350.
3745.
Prodotto 486850.

Il prodotto dividasi ora pel primo proporzionale.

410.) 486850. (1187 : 43 : 4 $\frac{210.}{410.}$

768.

3585.

3050.

Ridotto 180 *a' bajocchi.*

18000.

1600.

Ridotto 370 *a' quattrini.*

5.

1850.

210.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, e la porzione del guadagno di chi pose 130 scudi di Capitale.

Vediamo finalmente ciò, che si compete al terzo, cioè a quello, che pose 185 scudi di Capitale. Si formi il quesito, come i passati, mettendo però nel terzo proporzionale 1185 scudi.

410 : 3745 : : 185 ?

Si moltiplichino insieme i due ultimi proporzionali.

3745.

185.

18725.

29960.

3745.

Prodotto 692825.

Il prodotto dividasi pel primo proporzionale.

410.) 692825. (1689 : 81 : 3 $\frac{210.}{410.}$

2828.

3682.

4025.

Ridotto 335 *a' bajocchi.*

33500.

0700.

Ridotto 290 *a' quattrini.*

5.

1450.

220.

Il quoziente è il quarto proporzionale cercato, ed anche la somma, che si compete a chi pose 185. scudi di Capitale.
Fatto dunque il computo, ne segue, che si debbono

A chi pose 95 scudi ——— ₰ 867 : 74 : 1 $\frac{190}{410}$
A chi pose 130 scudi ——— ₰ 1187 : 43 : 4 $\frac{210}{410}$
A chi pose 100 scudi ——— ₰ 1689 : 81 : 3 $\frac{220}{410}$

Vediamo ora, se la partizione sia ben fatta, col farne la prova, conforme fu insegnato nel passato esempio.
Si sommino dunque prima i rotti.

390.
210.
220.

Somma 820 *de' rotti.*

La somma deesi dividere pel denominatore 410, di cui essa somma n'è il rotto. 410.) 820. (2.
Trovato il quoziente 2, questo unir deesi alla somma de' sani nella colonna de' quattrini così.

867 : 74 : 1.
1187 : 43 : 4.
1689 : 81 : 3.
2.

3745 : 00 : 0.

Trovatasi detta somma uguale alla somma di tutto il guadagno, sarà segno della perfetta operazione.

Altr' esempio.

Tre Persone hanno fatto Negozio insieme, ed hanno guadagnati in un anno 359 *scudi. Il primo ha posti di Capitale* 35 *scudi: Il secondo* 94: *ed il terzo* 152. *Ma il primo dopo mesi* 3, *e giorni* 24. *avendo bisogno del denaro posto a Negozio, ha rivoluti gli scudi* 35. *Cercasi, quanto gli spetti di porzione del guadagno fatto pel tempo, che ha tenuto a Negozio il suo denaro?*

Tutto si opera, come negli esempj passati senz'alcuna difficoltà. Non poca peraltro può ritrovarsene da chi non ha pratica nel primo Associato per la differenza del tempo. Senza toccar pertanto gli altri Negozianti, parleremo del primo solamen-

te. Per ritrovar dunque, quanto gli spetti di porzione guadagnata, sommeremo prima i Capitali.

35.
94.
152.
Somma 281 *de' Capitali.*

Costituiscasi ora il quesito, come ne' due passati esempj; cioè, se 281 mi dà 359, quanto mi darà 35?

281 : 359 : : 35?

Si moltiplichino insieme gli ultimi due proporzionali.

359.
35.
1795.
1077.
Prodotto 12565.

Il prodotto dividasi pel primo proporzionale.

281.) 12565. (44. 71 : 2 $\frac{181.}{281.}$
1325.
Ridotto 201 *a' bajocchi.*
20100.
430.
Ridotto 149 *a' quattrini.*
5.
745.
183.

Il quoziente farebbe la porzione di chi pose 35 scudi di Capitale, se avesse proseguito il Negozio per un anno intiero; ma, perchè l'ha proseguito solamente mesi 3, e giorni 24, bisogna perciò vedere, quanto gli si spetti per tal tempo. Convien dunque ora formare il quesito in questa guisa. Se giorni 365, i quali compiscono un anno, mi danno di guadagno scudi 44. bajocchi 71, quattrini 2 $\frac{181}{281}$, quanto mi daranno giorni 114, i quali appunto fanno mesi 3, giorni 24? Il mese sempre si considera di giorni 30, e giammai nè più, nè meno.

365 : 44, 71, 2 $\frac{181}{281}$: : 214?

Quì ricorrer conviene alla *prima regola* del Capitolo XV. per

togliere i rotti dal secondo proporzionale. Primieramente dunque bisogna ridurre i 44 scudi a' bajocchi, e faranno 4400, a' quali aggiunti i bajocchi 71, faranno 4471. Dipoi bisogna ridurre i detti bajocchi a' quattrini, e faranno 22355, a' quali aggiunti i 2 quattrini, faranno 22357. Ciò fatto, tanto questi quattrini, quanto il primo proporzionale convien ridurli alla denominazione della frazione annessa al secondo proporzionale, ch'è 281. Moltiplichiamo dunque 365 primo proporzionale col denominatore della frazione annessa al secondo proporzionale, ch' è 281, già detto, ed avremo di prodotto 102565 per primo proporzionale. Moltiplichiamo poi i quattrini 22357 del secondo proporzionale col denominatore della frazione annessa, che è 281, ed avremo di prodotto 6282317; al qual prodotto aggiunto il numeratore della frazione annessa, che è 183, farà 6282500. Ciò fatto, si scriveranno così i

Proporzionali 102565 : 6282500 : : 114?

Dipoi si opererà, come fu già insegnato nel Capitolo XI., cioè si moltiplicheranno insieme gli ultimi due proporzionali

6282500.
114.

25130000.
6282500.
6282500.

Prodotto 716205000.

Il prodotto dividasi pel primo proporzionale.

102565.) 716205000. ($6982\frac{96170}{102565}$
1008150.
850650.
301300.
96170.

Il quoziente sarà il quarto proporzionale cercato, e la porzione di chi pose a Negozio 35 scudi per mesi 3, e giorni 24, mentre in un anno con 281 scudi ne furono guadagnati 359: Ma quì s'avverta, che il quoziente importa tutti i quattrini. Questi dunque ridotti a' bajocchi, e scudi, come fu insegnato nel Capitolo VIII. al §. VII. *Del moltiplicare le frazioni*, sommano scudi 13, bajocchi 96, quattrini 2 $\frac{1}{2}$ circa. Si riducono pertanto a' bajocchi col togliere, o separare il primo numero a mano destra, e col moltiplicare il restante per 2. Tutto ciò è chiaro

nel soprapposto esempio, dove separato il 2, che indica i soli quattrini, il restante forma le diecine de' quattrini, le quali moltiplicate per 2, fanno i bajocchi. Da' bajocchi poi si formano gli scudi col separare a mano destra due numeri, come è stato insegnato nel sopracitato Capitolo VIII.

CAPITOLO XVIII.

§. I.

DELL' ESTRAZIONE DELLA RADICE QUADRATA.

Numero quadrato dicesi quel prodotto, che deriva da un numero moltiplicato per se stesso, come 64, che è il prodotto di 8 moltiplicato per 8. Il numero 64 dicesi *numero quadrato* dagli Aritmetici, e dagli Algebristi appellasi *potenza seconda*. Il numero 8 poi dicesi da' primi *radice quadrata*, e dagli ultimi *radice seconda*. Estrarre dunque la radice quadrata altro non è, che trovare un numero, il quale moltiplicato in se stesso faccia il prodotto uguale ad una data somma, come 8, che moltiplicato in se stesso ha il prodotto uguale alla data somma 64; perciò 8 è radice quadrata del 64, ed il 64 dicesi *numero quadrato*. Per insegnar dunque ad estrarre la radice quadrata da una data somma, e per procedere con chiarezza, lo spiegherò proponendone un esempio, perchè coll' esempio si discende al più materiale, e adattasi più all' intelligenza de' Principianti. Sia dunque

Esempio.

		A.	B.
C.	4.	18,66,24.	(432.
	4.		
	16.	16.	
E.	83.		
	3.	26.6.	
	249.	249.	
F.	862.	172.4.	
	2.	1724.	
	1724.	0000.	

Sia da estrarsi la radice quadrata dalla potenza 186624 posta in A. Dividasi detta somma in due per due numeri, incominciando sempre a mano destra, come apparisce nell' esempio

soprapposto, perchè, quante sono le caselle, tante hanno ad esser le figure nella radice; ed all'opposto, quante sono le figure della radice, il doppio più hanno ad essere le figure del numero quadro, od una di meno. Ciò vedesi nell'addotto esempio, ove le caselle della potenza essendo tre, parimente tre saranno le note della radice; e perchè tre sono le note della radice, le note della potenza esser non possono nè più di sei, nè meno di cinque. Veniamo ora all'estrazione di essa radice quadrata.

Prima si cerchi la radice prossimamente quadrata della prima casella, che è 18, e troveremo, che la sua radice prossimamente quadrata è il 4. Si segni il detto 4 in *B*, luogo, ove debbonsi segnare i numeri quadrati. Di poi si segni l'istesso 4 ancora in *C*, e si moltiplichi per se medesimo, ed avremo di prodotto 16, come vedesi in *C*, Detto prodotto 16 si ponga sotto la prima casella 18; e tirata una linea, facciasi la sottrazione, e la differenza 2 si segni sotto la linea medesima. Ciò fatto, vicino al 2 differenza del 16, e 18, calasi la seconda casella 66, che farà 266. Ma avvertasi, che ad ogni casella abbassata, eccettuata la prima, si separa il primo numero a mano destra con un punto, perchè, dovendosi far la divisione, non mai si divide 266, ma 26; e perciò notisi, che si è segnato 26.6, separato l'ultimo 6 con un punto. Deesi dunque ora dividere il 26. A ciò fare, bisogna trovare il divisore. Questo si trova col raddoppiar la radice trovata, che è 4. Raddoppiato il 4 fa 8; onde si segna 8 in *E*, e dividesi 26 per 8, ed avremo 3 di quoziente. Segnasi 3 nella radice *B*. e nel divisore *E*, ed avremo nella radice *B* 43, e nel divisore *E* 83. Ciò fatto, si moltiplica il divisore per la radice prossimamente trovata, cioè 83 per 3, ed avremo di prodotto 249, come vedesi in *E*. Questo prodotto 249 si segna sotto il dividendo 266 in *A*, e tirata una linea, si farà la sottrazione, e segnerassi sotto detta linea la differenza 17. Sappiasi però, che, se il prodotto 249, che, serve per numero sottraendo, non si potesse sottrarre dal sottraente, perchè fosse maggiore, allora la radice, ed il divisore dovrebbonsi sminuire di una unità; ed invece di scriver nella radice 43, e nel divisore 83, scriverebbesi 42, ed 82, ed in tal caso il divisore 82 non si dovrebbe moltiplicar per 3, perchè non sarebbe più radice, ma per 2; e se non bastasse calare una unità, se ne calano ancor due, e tre, quando bisogna. Fatta dunque la sottrazione da 266, e segnata la differenza 17, a questa diffe-

renza unir deesi la terza casella, che è 24, e farà 1724. Quì, come sopra, si dee separar con un punto il primo numero a mano destra, che è 4, (e ciò far deesi per ogni casella, che si cala), perciò dovrassi divider 172, e non 1724. Per trovare il divisore, raddoppiasi la radice trovata 43, e farà 86 segnato in F per divisore. Ora deesi dunque divider 172 per 86, ed avremo di quoziente 2, il qual 2 segnasi nella radice B, e nel divisore F 86, ed avremo nella radice 432, e nel divisore 862. Fatto ciò, si moltiplica il divisore colla radice prossimamente trovata, cioè 862 per 2, ed avremo di prodotto 1724, come vedesi in F. Questo prodotto 1724 si segna sotto il dividendo 1724, e tirata una linea, si fa la sottrazione, e segnasi la differenza 0000, e trovandosi, che avanza 0, è segno, che la potenza è veramente quadrata. Se poi il prodotto fosse maggiore del dividendo, e perciò non si potesse far la sottrazione, sminuirebbonsi in tal caso e la radice, e il divisore di una unità, com' è stato insegnato quì sopra nella seconda divisione. Così parimente operasi in qualunque altra potenza, giacchè non si può errare.

Per far poi la prova, se siasi commesso qualche sbaglio nell' estrazione di tal radice, si moltiplica la detta radice per se stessa; e se il prodotto riuscirà uguale alla potenza, sarà segno della perfetta operazione. Avvertasi però, che, se la potenza non fosse perfettamente quadra, onde avanzasse qualche cosa, tale avanzo deesi aggiugnere al prodotto. Facciamone la prova nel soprapposto esempio, ove la radice è 432, moltiplicando detta radice per se stessa.

432.
432.

864.
1296.
1728.

Prodotto 186624.

Al prodotto non s'aggiugne cos'alcuna, perchè dalla potenza non rimane avanzo; e trovandosi detto prodotto uguale alla potenza, l'operazione è ben fatta.

Altr' esempio.

		A.	B.
C.	2.	6,01,56,25.	(2452.
	2.		
	4.	4.	
D.	45.	20.1.	
	5.	176.	
	225.	-255.6.	
		2425.	
E.	44.		
	4.	-1312.5.	
	176.	9804.	
		3321.	
F.	485.		
	5.		
	2425.		
G.	4902.		
	2.		
	9804.		

Per maggior chiarezza pongo un altr' esempio. Sia da estrarsi la radice quadrata dalla potenza 6015625, posta in A. Si separino in primo luogo le figure due per due, incominciando sempre a mano destra; e se a mano sinistra ne resta una sola, poco importa, come nel soprapposto esempio, ove resta soltanto il 6. Ciò fatto, cavasi la radice quadrata dalla prima casella a mano sinistra, cioè dal 6, ed avremo per radice 2. Questo 2 segnisi in B, luogo, dove si segna la radice, e lo segneremo parimente in C. In C si moltiplichi la radice 2 per se stessa, ed avremo di prodotto 4, come ivi si vede; il qual prodotto 4 lo segneremo sotto la prima casella in A, cioè sotto il 6, e tirata una linea, si farà la sottrazione, e sotto detta linea segneremo la differenza 2. Vicino al 2 in A caleremo la seconda casella 01, e faranno 201, da cui sperar deesi la prima nota a mano destra con un punto, ed allora sarà 20.1, perchè ora deesi dividere 20, e non 201. Bisogna poi trovare il divisore, per dividere la potenza 20. Per ritrovar detto divisore raddoppiasi la radice già trovata, che è 2, e fa 4, e segnasi questo

divisore 4 in B, e divisa la potenza 20 per 4, avremo di quoziente 5, che segnerassi vicino al divisore 4, e faranno 45. Moltiplicasi ora il divisore 45 per la radice prossimamente trovata, che è 5, ed avremo di prodotto 225, come vedesi in D. Questo prodotto 225 dovrebbesi sottrarre dalla potenza 201; ma, perchè non si può sottrarre, essendo maggiore il sottraente del sottraendo, si sminuisce perciò in tal caso la radice prossimamente trovata, ch'è 5, di una unità, ed avremo per radice 4, e per divisore 44. Segneremo dunque il divisore 44 in E, e lo moltiplicheremo colla radice prossimamente trovata, sminuita di una unità, che sarà 4, ed avremo di prodotto 176. Questo prodotto 176 pongasi sotto la potenza 201, e tirata una linea, facciasi la sottrazione, e si segni la differenza 25 sotto detta linea. Avendo ora veduto, che il detto prodotto 176 entra nella potenza 201, segnasi nella radice in B la radice prossimamente trovata, che è 4, e non si segna 5. Dopo ciò, vicino alla differenza 25 in A si cala la terza casella 56, e faranno 2556. Da questa somma 2556 deesi separar con un punto la prima nota a mano destra, che è 6, e scriverassi 255.6, poichè si dee dividere 255, e non 2556. Per trovar poi il divisore per la potenza 255, raddoppiasi la radice 24, e farà 48, il qual numero 48 segnisi per divisore in F. Dipoi si dividerà la potenza 255 per 48, ed avremo di quoziente 5, il quale si dovrà segnar nel divisore 48, e faranno 485. Questo divisore 485 deesi ora moltiplicare per la radice trovata, che è 5, ed avremo di prodotto 2425, il quale segnar deesi sotto la potenza 2556 in A; e tirata una linea, farassi la sottrazione, e si segnerà la differenza 131 sotto la detta linea. Ora, perchè il prodotto 2425 si può sottrarre dalla potenza 2556, segnerassi la radice prossimamente trovata, che è 5 in B, ed avremo per radice in B 245. Poscia vicino alla differenza 131 in A deesi calar la quarta casella, che è 25, e faranno 13125. Da questa somma si dee separare a mano destra con un punto la prima nota, che è 5, ed avrassi 1312.5, poichè divider deesi 1312, e non 13125. Bisogna dipoi trovare il divisore per la potenza 1312. Per trovar dunque tal divisore, raddoppiasi la radice 245 in B, che fa 490, come si vede in G. Ciò fatto, convien dividere la detta potenza 1312 per 490, ed avremo di quoziente 2, il qual 2 segnar deesi nel divisore 490 in G, e faranno 4902. Questo divisore 4902 moltiplicherassi per la radice prossimamente trovata, che è 2, ed avremo

di prodotto 9804, come vedesi in G. Detto prodotto 9804 ponesi sotto tutta la potenza 13125, e tirata una linea, si farà la sottrazione, e segnerassi la differenza sotto detta linea; e giacchè si può far la sottrazione, segnerassi ancora in B la radice, o quoziente trovato prossimamente, che è 2. Perchè poi nell' ultima sottrazione rimane di differenza 3321, è segno, che tutta la potenza 6015625 non è veramente quadra. La radice dunque quadrata di essa potenza sarà 2452. Così sempre operasi con ugual proporzione, benchè le caselle fossero mille.

Il modo soprainsegnato di estrarre la radice quadra è facile nel suo genere. Tuttavolta ne voglio quì esporre un altro, il quale forse sarà più sbrigativo; ed eccone primieramente l'

Esempio.

		A.	B.	
		10,69,29.	(327.	
C.	3.	9.		
	3.	—	32.	F.
	—	H. 16.	32.	
	9.	—	—	
	—	I. 1069.	64.	
D.	3.	1024.	96.	
	6.	—	—	
	—	K. 452.	1024.	
E.	32.	—	—	
	64.	L. 106929.	327.	G.
			327.	
			—	
			2289.	
			654.	
			981.	
			—	
			106929.	

Sia da estrarsi la radice quadra dalla potenza 106929. Si separano prima i numeri a due a due, come sopra vedesi fatto in A. Poscia si cava la radice quadra della prima casella a mano sinistra, che è 10, la di cui radice è 3, che segnasi in B. Questa radice ponesi ancora in C, dove si moltiplica per se stessa, per trovar la giusta sua potenza. Trovatosi il 9, questo deesi sottrarre dalla potenza 10, posta in A; e, perchè avanza 1, segnasi questo sotto il 9. Dipoi vicino all' 1 medesimo si cala il primo numero della seconda casella, che è 6; ed avremo 16,

posto in H. Deesi poi trovare il divisore di 16. Questo si ritrova col raddoppiar la radice trovata, la quale è 3, che raddoppiata sarà 6, come vedesi in D. Dunque questo 6 trovato è divisore del 16, dov'entra solamente due volte, e perciò segnasi 2 in B. Ora deesi cercar la potenza della radice trovata 32, moltiplicandola con se stessa, come vedesi fatto in F; ed il prodotto 1024 deesi sottrarre da' numeri delle due prime caselle 1069, come osservasi fatto in I, e l'avanzo, o differenza 45 pongasi in K. Vicino al 45 calasi il primo numero della terza casella, che è 2; laonde in K sarà 452, da cui deesi estrarre la radice. Bisogna dunque trovare il divisore di 452. Questo divisore trovasi col raddoppiare la radice trovata 32, che sarà 64, la quale entra in 452 sette volte, perciò segnasi 7 per radice in B. Finalmente deesi ritrovare la potenza della radice 327 col moltiplicarla per se stessa, conforme vedesi praticato in G, e col sottraire il prodotto 106929 da tutta la potenza posta in A, e ripetuta in L; e vedutosi, che nulla avanza, è segno, che la potenza 106929 è perfettamente quadra, la cui radice è 327. Questo modo di estrarre la radice quadra, come già si è accennato, è un poco più sbrigativo dell'antecedente, e per conseguenza più facile in pratica; onde si usi da qualsivoglia, che non potrà errare.

§. II.

DELLA PROVA DELL' ESTRAZIONE DELLA RADICE QUADRATA.

Conviene ora far la prova, per veder se nell'estrazione di tal radice siasi fallato.

327.
327.
2289.
654.
981.
106929.

Per far la prova dell'estrazione della radice quadrata, si moltiplichi la radice in B 327 per se stessa, ed avrassi di prodotto 106929 uguale a tutta la potenza in A; onde sarà segno della perfetta operazione.

Così ancora nell'esempio antecedente, ove la radice, posta in B, era 2452. Per farne la prova, si moltiplica la radice per

se stessa, ed avrassi di prodotto 6012304; al qual prodotto aggiunto l'avanzo, o residuo 3321, posto in A, (e ciò si dee far sempre, quando saravvi qualche residuo), faranno 6015625, uguale a tutta la potenza posta in A; perciò sarà segno della perfetta operazione.

Spessissime volte accade, che la potenza non si ritrova perfettamente quadra, e che perciò la radice non è perfettamente uguale alla sua potenza. In tal caso è impossibile trovar la radice veramente quadra, poichè sempre sarà o scarsa, o abbondante. Nulladimeno insegneremo due modi per accostarsi alla radice quadrata, quando la potenza non sia perfettamente quadra, ed eseguiremo ciò con ugual chiarezza, conforme si è fatto pel passato.

Il primo modo pertanto sarà questo. Supponiamo, che si abbia a cavare la radice quadrata da 10, il qual numero non è perfettamente quadrato: A questo 10 dunque, per estrargli la radice prossimamente quadrata, aggiungonsi due, o tre, ovvero quattro paja di zeri, e dipoi cavaglisi la sua radice, com'è stato insegnato disopra; con quest'avvertenza però, che, finita l'operazione, dalla radice trovata si separano con un punto tante note, quante sono le paja de' zeri, che sono stati uniti alla potenza. Poniamone l'esempio.

Esempio.

3.	10,00,00,00 (3162.
3.	9.
9.	10.0.
61.	61.
626.	390.0.
6.	3756.
3756.	14400.
6322.	12644.
2.	1756.
12644.	

Sia da dividersi 10. Aggiugneremo al 10 tre paja di zeri, ed allora faranno 10000000. Cavata la radice quadrata avremo di radice 3162. E perchè abbiamo aggiunti tre paja di zeri, se-

pareremo tre note dalla radice quadrata a mano sinistra, che saranno 3.162, e significano tre sani, e cento sessantadue millesimi, conforme fu insegnato nel Capitolo IX. *De' rotti decimali*. Fattane la prova, com'è stato indicato di sopra, col moltiplicar la radice per se stessa; (e questa moltiplichisi nel modo insegnato al Capitolo IX., ovvero al Capitolo VIII., giacchè sempre sarà lo stesso), ne verrà di prodotto 9.998244, che accostasi a' dieci sani, perchè ci manca solamente 0.001756, e a un dipresso ascende la mancanza a $\frac{1}{569}$, cosa veramente insensibile. Quest'è il modo più piano per estrarre le radici quadre da un numero, che non sia veramente quadrato, e dicesi *approssimarsi alla radice quadra*.

Benchè il soprapposto modo di approssimarsi alla radice quadra ad un numero, che non sia perfettamente quadrato, sia facilissimo; ciononostante ne porrò quì un altro un poco più difficile, ma ancor più giusto, per esercitare l'intelletto di chi brama apprender tale scienza.

Sia da estrarsi la radice quadrata da 10, numero non perfettamente quadro. Cavasi la radice quadra prossima, che è 3, ed avanza 1. Quest'avanzo 1 si riquadra così. Raddoppiasi la radice trovata 3, e fa 6, il quale si pone sotto l'avanzo, che darà per radice $3\frac{1}{6}$. Questa radice, moltiplicata per se stessa, dà di prodotto $10\frac{1}{36}$, onde sarà radice abbondante. Per venir dunque alla più prossima, si fa così. Raddoppiasi la suddetta radice $3\frac{1}{6}$, che farà $6\frac{2}{6}$. Questa radice così raddoppiata si moltiplica pel denominatore della frazione $\frac{1}{36}$, che avanzava dalla radice moltiplicata in se stessa sopra la potenza 10, ed avrassi di prodotto 228. Questo prodotto 228 si ponga per denominatore alla frazione $\frac{1}{36}$, che sarà $\frac{1}{228}$. Ciò fatto, deesi sottrarre $\frac{1}{228}$ dalla radice $3\frac{1}{6}$ nel modo insegnato al Capitolo VIII., che $\frac{1}{6}$ sarà $\frac{38}{228}$, da cui sottratto $\frac{1}{228}$, resterà per radice $3\frac{37}{228}$. Se questa radice si moltiplica per se stessa, darà di prodotto $10\frac{1}{51984}$, ed allora l'avanzo sarà cosa affatto insensibile. Se poi qualcuno volesse accostarsi maggiormente alla radice più prossima, basta che prosegua più avanti la medesima operazione per una, o due volte, e più ancora, cioè col raddoppiar prima la radice prossima in ultimo trovata, e poi così raddoppiata moltiplicandola col denominatore della frazione della radice moltiplicata in se stessa, che in tal caso sarebbe 51984; ed il prodotto pongasi per denomina-

tore alla frazione del prodotto della radice trovata sopra la potenza, che nel caso sarebbe 1. Questo rotto sottraggasi dalla frazione della radice $3\frac{17}{218}$, e la differenza sarà la radice più prossima, ec. Avvertasi però, che, se la radice fosse mancante, invece d'essere abbondante, allora, in luogo di far la sottrazione da' suddetti rotti, bisogna far la somma, come per se stesso è manifesto, poichè altrimenti sempre ci discosteremmo dalla radice prossima, invece d'accostarvisi.

Se si volesse estrarre la radice quadra da una frazione, aggiungonsi al numeratore, ed al denominatore tre, o quattro paja di zeri; e poi dal denominatore, e dal numeratore cavasi la radice quadra. La radice del numeratore dicesi *numeratore*, e si pone per numeratore; e la radice del denominatore ponesi per denominatore. Ma si avverta, che tante paja di zeri sieno aggiunte al denominatore, quante ne sono aggiunte al numeratore. Per esempio, se si volesse estrarre la radice quadrata da $\frac{2}{3}$, aggiugneremo due paja di zeri, e faranno $\frac{20000}{30000}$, dipoi cavata la radice quadra dal numeratore, avremo 158, e cavata la radice quadra dal denominatore, avremo 173; dunque la radice quadra di $\frac{2}{3}$ sarà $\frac{158}{173}$.

CAPITOLO XIX.

§. 1.

ESTRAZIONE DELLA RADICE CUBA.

Per *radice cuba* s'intende quel numero, che moltiplicato in se stesso due volte, è uguale ad un altro dato numero. Per esempio, il 4 è radice cuba del 64, poichè 4 moltiplicato in se stesso fa di prodotto 16, e 16 moltiplicato per 4 fa 64. Perciò il 4 dicesi *radice cuba* del 64, e 64 si dice *numero cubo*, ovvero *potenza terza*, siccome il 16 appellasi *potenza seconda*, ed il 4 *potenza prima* considerato in se stesso senza moltiplicazione. Il numero 16 nella radice cuba del 4 al 64 dicesi *esponente*. Presupposte dunque le suddette cognizioni, veniamo all'estrazione della radice cuba, e per procedere con chiarezza, diamone un

Esempio.

		A.		*B.*			
		14,886,936.	(	246.			
		8.					
		6886.					
		5824.					
C.	2.						
	2.	1062936.					
	4.						
	2.				*F.*	4.	*K.* 6.
	8.					4.	6.
	20.					16.	36.
D.	20.	*H.* 240.				20.	240.
	00.	240.				00.	00.
	40.	000.				32.	144.
	400.	960.				320.	72.
E.	3.	480.				3.	8640.
	1200.	57600.				960.	3.
	4.	3.					25920.
M.	4800.	172800.			*G.*	4.	
	960.	*I.* 6.				4.	6.
	64.	1036800.				16.	*L.* 6.
	5824	25920.				4.	36.
		216.				64.	6.
		1062936.					216.

Per estrarre la radice cuba dalla potenza 14886936 posta in *A*, debbonsi prima separare i numeri tre per tre, incominciando sempre a mano destra, come nell'estrazione della radice quadrata, e conforme si vede fatto in *A*. Dipoi deesi cavar la radice cuba dalla prima casella a mano sinistra, che è 14. Cavasi la radice cuba col moltiplicare 2 per 2, che fa 4; e poi 4

per 2, che fa 8, come vedesi fatto in *c*. Detto numero cubo 8 dee sottrarsi dalla potenza 14, che resta 6, come osservasi in *A*. Vicino al 6 si cala l'altra casella 886, che faranno 6886. Ciò fattosi, deesi estrarre la radice cuba dal 6886. Per estrarre detta radice, deesi prima trovare il divisore, il quale si trova coll' aggiugnere un zero alla prima radice cuba trovata, che è 2, come vedesi fatto in *D*, che sarà 20. Questo 20 si moltiplica per se stesso, e fa 400. Questo 400 moltiplicasi per 3, regola fissa, (cioè sempre si opera in un medesimo modo,) e fa 1200, come il tutto si vede in *D*, ed in *E*. Per 1200 deesi dividere la potenza 6886, che sarà il quoziente 4, poichè qualunque altro numero sarebbe eccedente, come apparirà dalle operazioni susseguenti. Poscia si moltiplichi 1200 per 4, ed avrassi di prodotto 4800, conforme si vede in *M*. Inoltre si moltiplica per se stessa la radice trovata 4, e fa 16. Questo prodotto 16 moltiplicasi per la prima radice 2 unita col 0, cioè 20, ed avremo di prodotto 320. Finalmente questo prodotto 320 si moltiplica per 3, regola fissa, ed avremo di prodotto 960, come vedesi il tutto in *F*, e questo prodotto 960 ponesi sotto il 4800 in *M*. In fine si trova la potenza cuba della radice 4, che è 64; come vedesi in *G*, e questo 64 si pone sotto il 960 in *M*. Bisogna ora sommare i tre numeri in *M*, cioè 4800, 960, 64, che fanno di somma 5824. Questa somma 5824 in *M* dee sottrarsi dalla potenza 6886 in *A*, ed avremo di residuo 1062. Le radici si segnano sempre in *B*, come vedesi fatto nel detto esempio. Finalmente vicino all'avanzo 1062 deesi calar la casella 936, che faranno 1062936. Ora convien trovare il divisore della potenza 1062936; il qual divisore si trova coll' aggiugnere alla radice trovata un zero, che sarà 240, come in *H*, che moltiplicata per se stessa darà di prodotto 57600, il quale di nuovo deesi moltiplicare per 3, regola fissa, e darà di prodotto 172800, come si vede in *I*. Questo prodotto 172800 è il divisore per la potenza 1062936 in *A*, che v'entra 6 volte, il qual 6 segnasi in *B*. Bisogna ora moltiplicar detto divisore per la radice trovata 6, che darà di prodotto 1036800. Inoltre deesi moltiplicar la radice 6 per se stessa, ed il prodotto 36 moltiplicarlo colla prima radice 24 unita al 0, con moltiplicar di nuovo il prodotto 8640 per 3, regola fissa, come vedesi in *K*, ed il prodotto 25920 segnar deesi sotto il 1036800 in *I*: Finalmente si dee trovare il cubo della

radice ultima 6, che è 216, conforme vedesi in *L*; e questo prodotto 216 segnasi sotto il 25920 in *I*. Debbonsi dopo sommare i numeri 1036800, 25920, 216 in *I*, che sarà la somma 1062936, la quale deesi sottrarre dalla potenza 1062936 in *A*; onde, per esser giusta è segno, che il numero 14886936 è perfettamente cubo.

Benchè il sopradetto modo di estrarre le radici cube sia uno de' più facili, nulladimeno ne voglio insegnare un altro, che non riuscirà discaro al Dilettante in materia tanto difficile. Poniamone prima però un *Esempio*.

A. 16,194,277. (253. *B*.

		8.		
C.	2.	—	25.	
	2.	81.	25.	
	—	—	—	
	4.	16194.	125.	*F*.
	2.	*L*. 15625.	50.	
	—	—	—	
	8.	*M*. 5692.	625.	
	—	—	25.	
	2.	*K*. 16194277.	—	
D.	2.		3125.	
	—		1250.	
	4.		—	
	3.		15625.	*G*.
	—		—	
	12.		253.	*H*.
	—		253.	
E.	25.		—	
	25.		759.	
	—		1265.	
	125.		506.	
	50.		—	
	—		64009.	
	625.		253.	
	3.		—	
P.	1875.		192027.	
			320045.	
			128018.	
			—	
			16194277.	

Divisa la somma 16194277, da cui deesi estrarre la radice cuba, a tre per tre, cominciando a mano destra, come vedesi fatto in A, bisogna primieramente trovare il cubo della prima casella a mano sinistra, che è 16, il cui cubo è 2, conforme osservasi in C. Si segna 2 in B, e la potenza cuba del 2, che è 8, sottraesi dal 16, ed abbiamo d' avanzo, o di differenza 8. Vicino all' 8 calasi il primo numero della seconda casella, che è 1, e faranno 81. Dopo deesi trovare il divisore dell' 81, e troverassi col moltiplicar la prima radice 2 per se stessa, ed il prodotto 4 moltiplicarlo per 3; regola fissa, come si vede fatto in D. Il prodotto 12 è il divisore dell' 81, ed il 12 entra nell' 81 sei volte; ma perchè, conforme apparirà, è più del giusto, perciò prenderemo il 5 per quoziente, e segneremo 5 in B. Ciò fatto, troveremo la potenza cuba della radice 25, come vedesi in F, che sarà 15625, siccome è segnato in G. Sottraggasi ora 15625 da 16194, che sono le due caselle a mano sinistra, come osservasi in L, ed avremo di differenza 569 posta in M; alla qual differenza 569 si unisce il primo numero della terza casella, che è 2, ed avremo di potenza 5692 posta in M. Conviene ora dividere la potenza 5692. Per trovare il divisore si moltiplica per se stessa la radice trovata 25, come vedesi fatto in E. Il prodotto 625 si moltiplichi per 3, regola fissa, ed avremo di prodotto 1875 posto in P, che sarà il divisore della potenza 5692 posta in M; e trovatosi, che 1875 entra tre volte nel 5692, segnasi 3 in B per radice. Finalmente si trova la potenza cuba della radice 253 posta in B, come vedesi fatto in H, onde la potenza della suddetta radice cuba 253 sarà 16194277, la quale deesi sottrarre da tutta la potenza posta in A, e segnata di nuovo in K; e trovato, che niente avanza, è segno, che il numero 16194277 è perfettamente cubo, la cui radice è 253:

Se la potenza non fosse perfettamente cuba, alla potenza medesima aggiungonsi tanti zeri a tre a tre, come si è fatto nella radice quadrata a due a due nel Capitolo precedente, e poi si prosegue ad estrarre la radice cuba nel modo insegnato di sopra, che sempre s' accosterà alla più perfetta, come chiaramente fu veduto negli esempj della *radice quadrata*.

Ma, se non fosse di necessità estrarre la radice, sia la quadrata, o sia la cuba, e bastasse solamente indicarla, massimamente nelle potenze sorde, cioè in quelle, che non sono nè quadrate, nè respettivamente cube, allora basterà prefiggere alla

potenza, se sarà quadrata, ℞.², che significa *radice prima*, o *quadra*; ed alla potenza cuba prefiggerassi ℞.³, che significa *radice seconda*, o *cuba*. Avvertasi però, che il numero affisso alla lettera ℞ dee stare un pochetto sopra la linea, per significare, che il detto numero indica la radice, che deesi estrarre dalla potenza, che segue immediatamente.

Per estrarre le radici cubiche da' rotti si fa così. Si estraggono le medesime radici dal numeratore, e dal denominatore; avvertendosi solamente, che se per approssimarsi alla radice cubica bisognasse l'aggiunta de' zeri, tanti terni di zeri aggiungansi al numeratore, quanti se ne aggiungono al denominatore per conservar sempre la debita proporzione.

§. II.

DELLA PROVA DELL'ESTRAZIONE DELLA RADICE CUBA.

La prova dell'estrazione della radice cuba si fa col moltiplicar per se stessa la radice cuba, moltiplicando di nuovo il prodotto per la radice cuba, giacchè quest'ultimo prodotto dee essere uguale alla potenza cubica, come la sperienza lo farà per se manifesto, e conforme vedesi fatto in *u*, nel soprapposto esempio. Se poi dalla potenza avanza qualche cosa, l'avanzo unir deesi all'ultimo prodotto; onde la somma sarà uguale alla potenza. E ciò basti pel presente Capitolo, dovendo passare a trattar di cose più necessarie.

CAPITOLO XX.

§. I.

DELLE PROGRESSIONI, E PROPORZIONI.

Progressione è un ordine di numeri, che calano, o crescono ordinatamente. Quell'ordine poi, che un numero ha con un altro numero, dicesi *proporzione*. Le *progressioni* sono di due specie, cioè *aritmetica*, e *geometrica*; e le *proporzioni* sono di tre specie, cioè *aritmetica*, *geometrica*, ed *armonica*. Dell'*armonica*, perchè appartenente alla Musica, e niente adattata al nostro istituto, non ne parleremo; ma tratteremo soltanto dell'altre due proporzioni, e prima

§. II.

DELLA PROPORZIONE, E PROGRESSIONE ARITMETICA, E DELLE SUE PROPRIETA'.

Dicesi *proporzione aritmetica*, allorchè si considera, quanto un numero sia superiore all'altro, come nella seguente figura 3 : 5 : 7 : 9; poichè considerasi quanto il 5 sia superiore al 3, il 7 al 5, il 9 al 7, dove in ogni luogo avanza il 2. Ciò dicesi a differenza della *proporzione geometrica*, dove si considera, quante volte un numero entra in un altro, come nella seguente figura 2 : 4 : 8 : 16 : poichè considerasi, quante volte il 2 entra nel 4, il 4 nell'8, e l'8 nel 16, ove sempre v'entrano due volte. Le proporzioni aritmetiche poi sono di più specie, come nelle figure seguenti apparisce.

A. 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 9 : 10 : 11 : 12.
B. 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : 11 : 13 : 15 : 17 : 19.
C. 2 : 4 : 6 : 8 : 10 : 12 : 14 : 16 : 18 : 20.
D. 2 : 5 : 8 : 11 : 14 : 17 : 20 : 23 : 26.

Le soprapposte proporzioni aritmetiche dieonsi *progressioni continue*. La progressione *A* si dice *continua naturale*. La progressione *B* dicesi *progressione de' numeri dispari*. La progressione *C* appellasi *progressione de' numeri pari*. La progressione *D* si chiama *progressione de' numeri pari, e dispari*.

Se la progressione non s'avanzerà sempre coll'istess'ordine, ma sarà interrotta, allora dicesi *progressione discontinua*, purchè però si consideri sempre, quanto un numero sia superato dall'altro, come

E. 3 : 5 : : 8 : 10.
F. 4 : 15 : : 32 : 43.
G. 8 : 72 : : 15 : 79.

Dove osservasi in *B*, che il 5 supera il 3 di 2; il 10 supera l'8 parimente di 2. All'opposto l'8 supera il 3 di 5; e il 10 supera il 5 di 5; e così ancora apparisce nell'altre figure *F*, e *G*.

Se la progressione continua sarà composta di numeri dispari, cioè di termini dispari, come in *D*, ove i termini proporzionali sono 9, la somma degli estremi contiene due volte il mezzo proporzionale. Vediamolo dunque. Il primo proporzionale è 2, e l'ultimo è 26, che fanno 28; il mezzo proporzionale è 14, cioè la metà di 28. Se poi la proporzione continua sarà composta di termini pari, come in *A*, allora la somma degli

gressione aritmetica si considera quanto un numero sia superiore all'altro, e quella superiorità dicesi differenza, come nel soprapposto caso, in cui entrano 1 : 3 : 5 ,ove sempre avanzano 2 , ec.). Moltiplicato dunque 29, termine della progressione sminuita dell' unità, per 2, differenza della progressione, fa 58; al qual prodotto aggiugnendo il primo proporzionale 1, fa 59, che è la somma dell'ultimo termine della progressione. Dunque nel trentesimo giorno il supposto *Cavaliere* spenderà bajocchi 59.

Ora poi che si è trovato quanto spende nel trentesimo giorno, se si volesse ancor sapere quanto spenda in tutto il mese, operasi come di sopra è stato insegnato. A ciò fare si sommano i due estremi, cioè 1, e 59, e fanno 60. La detta somma 60 moltiplicasi per la metà della somma de' termini, che sarà 15, cioè moltiplicasi 60 per 15, ed avremo di prodotto 900, che è quanto spenderà il riferito *Cavaliere* in un mese.

Altro quesito = *Un Cavaliere ha dato il danaro in* 30 *Luoghi di Monte, così distribuiti, che, quante volte nel primo Banco sono* 3 *scudi, tante volte nel secondo sono* 5 *scudi, nel terzo* 7, *ec. Ma nel primo Luogo sono* 36 *scudi.* (Così si è ritrovato, e così deesi supporre) *Ora cercasi, quanto danaro avrà questo Cavaliere nel Monte trentesimo, e quanto in tutt' i Monti?*

Questo quesito sciogliesi nella maniera seguente. Nel primo Banco v'entra il 3 dodici volte, e perciò sono 36 scudi; dunque, perchè nel secondo vi dee entrare il 5 tante volte, quante nel primo entra il 3, perciò nel secondo entreravvi il 5 dodici volte, che faranno 60. Nel terzo dodici volte entrar vi dee il 7; onde sarà 84, dove chiaramente vedesi, che la differenza di tal progressione è 24. Ciò fatto, si moltiplichi la somma de' termini proporzionali 30, sminuita dell'unità; onde sarà 29. Si moltiplichi, dissi, 29 per la differenza 24, ed avrassi di prodotto 696; al qual prodotto deesi poi aggiugnere il primo termine, che è 36, ed allora farà 732, che appunto sarà la somma del trentesimo Monte. Dopo ciò si ritrova la somma di tutti i termini nel modo insegnato di sopra; cioè si somma il primo termine 36 col trentesimo termine, che è 732, ed avrassi di somma 768. Questa somma di 768 moltiplicasi per la metà de' termini, che saranno 15, ed allora s' avrà di prodotto in tutto 11520, e tanto di denaro avrà il *Cavaliere* in Luogo di Monte, cioè in 30 Luoghi. Potrebbonsi quì proporre altre consimili questioni; ma chi ben intende le soprapposte, potrà ancor sciogliere qualunque altra.

CAPITOLO XXI.

DELLA PROPORZIONE, E PROGRESSIONE GEOMETRICA, E DELLE SUE PROPRIETA'.

La *progressione geometrica* è un ordine di numeri, i quali sempre con ugual moltiplicità, e proporzione vanno avvicinandosi, cioè, che un termine si contenga tante volte nel prossimo suo termine seguente, quante volte un altro termine si contiene nel suo prossimo seguente. Dunque distinguesi la proporzione geometrica dall'aritmetica, perchè l'aritmetica considera, quanto un termine sia superiore, o inferiore all'altro termine prossimo antecedente, o susseguente; e la geometrica considera, quante volte un termine contenga, o sia contenuto nel suo prossimo antecedente, o susseguente. Eccone per chiarezza due esempj.

A. 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128.

B. 3 : 9 : 27 : 81 : 243 : 729:

Quì deesi notare, quante volte un numero entri nell'altro; ed il quoziente dicesi denominatore. Nella progressione *A* il denominatore è 2, perchè l'1 entra due volte nel 2, il 2 entra due volte nel 4, il 4 due volte nell'8, ec. Nella progressione *B* il denominatore è 3, perchè il 3 entra tre volte nel 9, il 9 tre volte nel 27, il 27 tre volte nell'81; e così si va seguitando.

Chi volesse tirare avanti la progressione geometrica, potrà moltiplicar l'ultimo termine pel denominatore; ed il prodotto sarà il prossimo proporzionale. Per esempio, nella progressione *A* il denominatore è 2, conforme si è detto, e l'ultimo termine è 128. Moltiplichiamo 128 per 2, ed avremo di prodotto 256; e questo prodotto servirà per termine prossimo seguente al 128. Il detto termine 256 moltiplicasi per 2, ed il prodotto sarà un altro termine seguente, e così in infinito. Similmente ancora nella progressione *B*, il cui denominatore è 3, come si è detto, moltiplicasi l'ultimo termine 729 pel denominatore 3, ed avrassi di prodotto 2187; e questo prodotto servirà per termine proporzionale prossimo seguente al 729. Il termine 2187 si moltiplica di nuovo pel denominatore 3, ed avrassi un altro termine, e così pure in infinito.

In ogni progressione geometrica il prodotto degli estremi è uguale al prodotto di due altri termini presi nella medesima distanza, come si disse nel Capitolo passato circa la somma degli

estremi; e così quì proporzionatamente dicesi intorno alla moltiplicazione degli estremi. Eccone per chiarezza due esempj.

C. 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : 96 : 192.

D. 5 : 15 : 12 : 36.

Nella progressione *c* il primo termine è 3, e l'ultimo è 192; onde moltiplicati questi due termini tra di loro daranno di prodotto 576. Prendiamo poi il secondo termine, che è 6, ed il penultimo, che è 96, e moltiplicandoli insieme avremo di prodotto 576. Così operasi ancora riguardo a qualunque altro termine, preso però sempre nella medesima distanza. La progressione *c* dicesi *continua*, e l' altra *discontinua*.

Se il numero de' termini sarà disparo, come nella progressione *c*, che sono 7, il prodotto del termine di mezzo moltiplicato per se stesso sarà uguale al prodotto degli estremi, ove il termine di mezzo è 24, il quale moltiplicato per 24 darà di prodotto 576, che appunto è il prodotto degli estremi.

Se si volesse sommar tutta un' intiera progressione geometrica, farassi così. Dall' ultimo termine si sottragga il primo termine, e la differenza, o somma, che rimane, si divida pel denominatore diminuito di una unità, sommando il quoziente coll' ultimo termine, poichè tal somma sarà la somma di tutta la progressione geometrica. Diamone l' esempio.

2 : 8 : 32 : 128 : 512 : 2048.

L'ultimo termine di tal progressione è 2048. Da detto termine sottraggasi il primo, che è 2, ed allora resterà 2046. Questa differenza, o somma rimasta dividasi pel denominatore sminuito dell' unità, il qual denominatore della progressione è 4, che sminuito dell' unità resta 3. Dividasi dunque 2046 per 3, ed avremo di quoziente 682. Questo quoziente si somma coll' ultimo termine, che è 2048, ed avremo di somma 2730, che è appunto la somma di tutta la detta progressione.

Nella progressione geometrica, se un termine si moltiplicherà in se stesso, produrrà un termine tanto lontano da se, quanto esso termine è lontano dal primo, purchè per altro la progressione cominci dall' unità. Per dilucidarne la pratica porrò quì due progressioni, una aritmetica naturale, e l' altra geometrica.

A. 1 : 5 : 25 : 125 : 625 : 3125 : 15625.

C. 0 : 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6.

I termini della progressione *c* diconsi *logaritmi;* e quei della progressione *A* si chiamano *corrispondenti*. Ai termini della progres-

sione aritmetica naturale anteponesi un zero sotto il primo termine della progressione geometrica; sotto il secondo termine si pone 1; sotto il terzo ponesi 2, ec. Queste due progressioni così disposte diconsi *tavola de' logaritmi*, da cui si ricavano molte bellissime cose,

Primieramente moltiplicando qualunque numero della progressione geometrica per se stesso, il prodotto sarà un termine tanto lontano da se nella medesima progressione, quanto esso termine è lontano dall'unità della medesima progressione. Per esempio, se si moltiplicherà 25 corrispondente del logaritmo 2, darà un termine lontano da se, quanto è il logaritmo. Per ritrovar dunque un tal termine, si raddoppj il logaritmo 2, e farà 4; il corrispondente del Logaritmo 4 sarà il prodotto del 25 moltiplicato per se stesso, cioè 625. Così ancora, se moltiplicherassi il corrispondente del logaritmo 3, cioè 125, per se stesso, il prodotto sarà il corrispondente del doppio del logaritmo 3, cioè 6; onde il detto prodotto sarà 15625.

Quindi ne segue, che volendosi trovare il termine 24 della detta progressione geometrica *A*, si farà facilmente così. Moltiplicherassi il corrispondente del logaritmo 6 per se stesso, cioè 15625, che darà di prodotto 244140625, e questo prodotto sarà il corrispondente del logaritmo 12. Il detto prodotto, e corrispondente del logaritmo 12 moltiplicato per se stesso darà il termine, ovvero il corrispondente del logaritmo 24. In simil guisa opererassi ancora per trovar qualunque altro termine.

Di più, se qualcuno trovar volesse il termine 10 della progressione geometrica, farà, come segue. Egli è già certo, che sotto il decimo termine v'è scritto il logaritmo 9; prenda dunque due logaritmi, cioè due termini della progressione aritmetica naturale, i quali sommati facciano 9; se moltiplicherà i corrispondenti de' due logaritmi sommati, il prodotto darà il termine cercato. Per modo di esempio, se prenderà i logaritmi 3, e 6, fanno 9; dunque moltiplicherà il corrispondente del logaritmo 3, che è 125, pel corrispondente del logaritmo 6, che è 15625, e moltiplicati insieme daranno di prodotto 1953125; il qual prodotto sarà il corrispondente del logaritmo 9, ed il decimo termine della progressione geometrica. Lo stesso ne sarebbe venuto, se avesse moltiplicati i corrispondenti de' logaritmi 4, e 5.

II. Dividendo qualunque termine della progressione geometrica per qualsivoglia altro termine, la differenza de' logaritmi

sarà il logaritmo del quoziente. Sia, per esempio, il termine settimo 15625 da dividersi pel termine terzo 25. Il logaritmo del termine settimo è 6, ed il logaritmo del termine terzo è 2; la differenza di questi due logaritmi è 4: la qual differenza 4 sarà il logaritmo del quoziente 625 corrispondente del logaritmo 4. Così farassi ancora di qualunque numero.

III. La metà di un logaritmo sarà il logaritmo della radice quadrata riguardo a' suoi corrispondenti, come nel soprapposto caso, dove la metà del logaritmo 6 è 3, ed il corrispondente 125 è del logaritmo 3; onde 125 sarà la radice quadrata del corrispondente del logaritmo 6, che è 15625. Così ancora all' opposto il corrispondente del logaritmo 6 è il numero quadro del corrispondente del logaritmo 3. E così discorrendo di qualunque altro numero. Dunque per trovar la radice quadra di un numero basta prender la metà del suo logaritmo, poichè il corrispondente di tal metà sarà la radice quadrata. Se poi il corrispondente, di cui si cerca la radice quadrata, non trovisi giusto nella tavola, deesi prendere il prossimo minore, conforme è stato insegnato nella *divisione*.

IV. Il corrispondente della terza parte di un logaritmo sarà la radice cuba del corrispondente del logaritmo diviso per 3. Siccome la terza parte del logaritmo 6 è 2, così il corrispondente del logaritmo 2, che è 25, sarà la radice quadrata del corrispondente al logaritmo 6, che è 15625. E così di qualunque altro numero. Avvertasi però, che tanto nel trovare la radice quadrata, quanto nel trovar la radice cuba nella tavola de' logaritmi, se il numero non fosse perfettamente quadro, o cubo, si prende il prossimo minore; e se il logaritmo non si potesse dividere per 2, o per 3, per ritrovar le dette radici, allora sarà meglio operare, come nel proprio Capitolo è stato insegnato, tralasciando il passar più oltre nella spiegazione de' logaritmi, perché é cosa molto difficile, e niente servibile al presente istituto, e rimettendo perciò il Leggitore a' più eccellenti Autori, che a' giorni nostri non mancano.

Le suddette cose vagliono solamente, qnando la progressione geometrica comincia dall' unità; imperciocchè, se non incominciasse dall' unità, allora per trovare un termine qualunque, moltiplicasi il corrispondente del logaritmo per se stesso, o due corrispondenti di due logaritmi, come di sopra è stato insegnato, ed il prodotto bisogna dividerlo pel primo termine.

Digitized by Google

3 : 9 : 27 : 81 : 243 : 729 . 2187.
0 : 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6.

Se si volesse trovare il termine 7 del logaritmo 6, che è 2187, moltiplicasi per se stesso il corrispondente del Logaritmo 3, che è 81, e darà di prodotto 6561. Questo prodotto, acciocchè sia il corrispondente del logaritmo 6, bisogna dividerlo pel corrispondente del logaritmo 0, cioè pel primo termine, che è 3, e darà di quoziente 2187, che è appunto il corrispondente del logaritmo 6. In siffatta guisa ancora si operi per trovar qualunque termine, cominciando la progressione da qualsivoglia numero.

CAPITOLO XXII.

§. 1.

ALCUNI QUESITI, CHE SI SCIOLGONO COLLE PROPORZIONI, E PROGRESSIONI.

PRIMO. *Si partono per andare a Roma* PIETRO, *e* GIOVANNI *nell'istesso tempo.* PIETRO *dice di voler fare* 20 *miglia il giorno; e* GIOVANNI *dice, che il primo giorno farà* 1 *miglio, il secondo* 2, *il terzo* 3 . *ec. Cercasi, quando si raggiugneranno?* E' cosa certa, che *Giovanni* raggiugnerà *Pietro*, quando avrà fatto un egual cammino; e perciò il suddetto quesito risolvesi per la regola delle progressioni aritmetiche nella seguente maniera. Si raddoppia il cammino di *Pietro* in un giorno, che è di 20 miglia, e farà 40; da 40 levasi il cammino, che si fa da *Giovanni* il primo giorno, che è 1 miglio, e resta 39. Ciò fatto, io dico, che *Giovanni* raggiugnerà *Pietro* in 39 giorni. Facciamone la prova. Si moltiplichino le 20 miglia, che cammina *Pietro*, co' 39 giorni, ed avremo di prodotto 780; il qual prodotto dimostra le miglia, che cammina *Pietro* in 39 giorni. Si sommi ora la progressione delle miglia, che camminerebbe *Giovanni* in 39 giorni, se il primo giorno facesse 1 miglio, il secondo 2, il terzo 3, ec., ed avremo di somma 780. Quando la progressione è naturale continua, si opera sempre nel modo suddetto.

SECONDO. *Partono dal medesimo luogo* ANTONIO, *e* BERTA: ANTONIO *fa 7 miglia il giorno; e* BERTA *il primo giorno fa* 1. *miglio, il secondo* 3, *il terzo* 5, *ec. Quando si raggiugneranno?* Si raddoppiano le miglia, che fa ANTONIO in un giorno, e faranno 14; poi dal 14 si sottrae il cammino, che fa BERTA il

primo giorno, che è 1, e resta 13; dal 13 sottraesi l'unità, e resta 12. Si parte poscia il 12 per la differenza della progressione; che è 2, ed avremo di quoziente 6; al qual quoziente 6 aggiugnesi il cammino, che fa *Berta* il primo giorno, che è 1, e fanno 7. Ciò fatto, dico, che in 7 giorni si raggiugneranno. Facciamone la prova. Moltiplichiamo le miglia, che cammina *Antonio* co' giorni, cioè 7 per 7, ed avremo di prodotto 49. Sommiamo la progressione delle miglia, che cammina *Berta* in 7 giorni, che farà 49. Così sempre si opera, qualunque siasi la progressione, purchè ancora sempre cominci dall' unità.

Terzo. *Partono dal medesimo luogo Pietro, e Giovanni. Pietro parte 7 giorni prima, e fa 15 miglia il giorno. Giovanni parte 7 giorni dopo, e fa 18 miglia il giorno. Cercasi, quando si raggiugneranno?* Questo quesito è facilissimo, qualora si usi attenzione. A risolverlo pertanto si moltiplicano prima i giorni, che ha guadagnati *Pietro* coll'esser partito prima, colle miglia, che questi cammina in un giorno, cioè 7 per 15, ed avremo di prodotto 105. Dopo deesi trovar la differenza delle miglia, che camminano ambedue, cioè la differenza tra 15, e 18, che è 3. Trovata questa differenza 3, con essa si dee partire il 105, ed il quoziente 35 sarà la quantità de' giorni, in cui si raggiugneranno. Facciamone la prova col moltiplicar 35 per 18, ed avremo di prodotto 630; e moltiplicando 15 con 35 e 7, cioè con 42 giorni, ne' quali cammina *Pietro*, avremo di prodotto 630.

Quarto. *Un Muratore prende a fare un Pozzo profondo piedi 24 per scudi 60 di fattura; ma avendo scavato piedi 18., trova l' acqua in tanta copia, che non può scavar più profondo. Cercasi, quanto debba aver della cavatura, poichè il Muratore pretende esser pagato a tenore della profondità, ed il Padrone vuol pagarlo a regola della fatica?* Egli è certo, che assai più faticosa riesce la scavatura del rimanente per la maggior profondità, e perciò giudicasi dover esser pagato a tenore della fatica. Si cerca pertanto, quanto dovrà avere? Per risolver detto quesito, primieramente la progressione naturale 1 : 2 : 3, ec. infino a 24, come è stato insegnato di sopra, ed avrassi di somma 300. Sommasi dipoi la progressione medesima prodotta infino a 18, e ne verrà la somma 171. (Perchè poi abbiasi a sommar sino a 24, ed in seguito sino a 18, è chiaro, a cagione de' 24 piedi, che doveasi scavare il Pozzo, e de' 18 piedi già scavati). Ciò fatto, per la regola del Tre semplice diretta si dirà: se 300.

mi dà 60 scudi, quanto mi darà 171? E troveremo per quarto proporzionale scudi 34, baj. 20; e questo sarà il prezzo de' 18 piedi scavati. La ragione è chiara, poichè negli altri 6 piedi, che rimangono, richiedesi maggior fatica nella scavatura; onde meritano ancora guadagno maggiore di quello sieno scudi 2, e baj. 50 per piede.

QUINTO. *Giovanni vende un Cavallo a* PIETRO *in questo modo, vale a dire, che il primo giorno gli dia un acino di Grano, il secondo giorno* 2, *il terzo giorno* 4, *il quarto giorno* 8, *e così per progressione geometrica dee raddoppiare infino a'* 30 *giorni. Cercasi, quanto Grano dovrà pagar* PIETRO *pel detto Cavallo?* Qui conviene stender la progressione geometrica infino a 30; e per farlo con più facilità, ci prevaleremo della regola insegnata nel Capitolo XXI.

1 : 2 : 4 : 8 . 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 65536.
0 : 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 16.
16777216 : 536870912.
24 : 29.

Moltiplicheremo il corrispondente del logaritmo 8, ed avremo il termine 17 corrispondente del logaritmo 16. Moltiplicheremo di nuovo il corrispondente del logaritmo 16 col corrispondente del logaritmo 8, ed avremo il termine 25 corrispondente del logaritmo 24. Moltiplicheremo finalmente il corrispondente del logaritmo 24 pel corrispondente del logaritmo 5, ed avremo il termine 30 corrispondente del logaritmo 29. Ciò fatto, deesi sommar tutta la detta progressione, che faremo parimente nel modo insegnato al Capitolo sopraccitato. Leviamo dunque dall'ultimo termine il primo, e resterà 536870911. Poscia, perchè non si può dividere pel denominatore della progressione diminuito di una unità, giacchè sarebbe 1 il cercato divisore, sommeremo la detta somma con tutto l'ultimo termine 536870912; ed allora poi la somma di tutta la progressione sarà 1073741823, e questa sarà la somma degli acini di Grano, che dovrà pagar *Pietro* a *Giovanni* pel Cavallo. Per veder poscia, a quante rubbia ascenda la suddetta somma di Grano, bisogna risolverla in libbre. A ciò fare, convien sapere, che un rubbio è composto di 8 coppe, ovvero quarte; una coppa è di libbre 80; una libbra forma once 12, cioè grani 6912; un'oncia è composta di 24 scrupoli, cioè grani 576; uno scrupolo contiene 24 grani; un grano poi pesa quanto pesa un acino di Grano. Dunque per for-

mare una libbra vi vogliono once 12, degli scrupoli ve ne abbisognano 288, e de' grani 6912. Ciò presupposto, deesi risolvere detta somma in libbre col dividerla per 6912.

Libbre, Once, Scrupoli, Grani.

6912.) 1073741823. (155344 : 7 : 2 : 15.
38254.
36941.
23818.
30822.
31743.

Once 576.) 4095. (: 7.
0063.

Scrupoli 24) 63. (2.
15.

Sicchè dunque ne vengono libbre 155344, once 7, scrupoli 2, e grani 15. Per vedere, a quante coppe ascenda la detta somma, debbonsi partir le libbre per 80, poichè 80 libbre fanno una coppa.

80.) 155344. (1941 $\frac{64}{80}$
753.
334.
144.
64.

Ne vengono coppe 1941, e libbre 64. Conviene ora ridurre le dette coppe a rubbia col dividerle per 8, perchè 8 coppe fanno un rubbio.

8.) 1941. 242 $\frac{5}{8}$
34.
21.
5.

Ne vengono pertanto rubbia 242 $\frac{5}{8}$, cioè coppe 5, sicchè dunque, fatto il conto, *Pietro* dovrà dare a *Giovanni* pel noto Cavallo di Grano rubbia 242, coppe 5, libbre 64, once 7, scrupoli 2, e grani 15.

Sesto. *Pietro vuol dare un milione di scudi a Giovanni, se per 97 giorni gli dà un acino di Grano raddoppiato, cioè il primo giorno 1 acino, il secondo giorno 2 acini, il terzo giorno 4, il quarto giorno 8, ec. Vorrebbe sapere, se gli torna in vantaggio?*

Per non faticar molto, stendasi la progressione geometrica, siccome nel quesito passato si è fatto.

1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 65536.
0 : 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 16.

4294967296 : 18446744073709551616.
32. 64.

79228162514143337493543950336.
96.

Per trovare il termine 97, moltiplicheremo in primo luogo il corrispondente del logaritmo 8 per se stesso, ed il prodotto sarà il corrispondente del logaritmo 16. Moltiplicheremo dipoi per se stesso il corrispondente del logaritmo 16, ed il prodotto sarà il corrispondente del logaritmo 32. Inoltre moltiplicheremo per se stesso il corrispondente del logaritmo 32, ed il prodotto sarà il corrispondente del logaritmo 64. Finalmente moltiplicheremo il corrispondente del logaritmo 64 pel corrispondente del logaritmo 32, ed il prodotto sarà il corrispondente del logaritmo 96, cioè sarà il termine 97. Dopo ciò dovrà sommarsi tutta la progressione col termine 2 corrispondente del logaritmo 1, conforme è stato insegnato di sopra, e la somma sarà

158456325028866749870879006 71.

Questa somma deesi ora divider per 6912. essendo tutti acini di Grano, affin di ridurla a libbre. Eccone la divisione.

(924815542286645339567115 : 3 : 2 : 15 :
6912.) 1584563250282866749870879006 71. (*Quoziente* 22-
20216.
63923.
17152
33285.
56370.
10742.
38308.
37482.
29228.
15806.
19826.
60027.
47314.
58429.
31338.
36997.
23470.
27348.
66127.
39199.
46390.
49180.
7966.
10547.
36351.

Once 576.) 1791. (3.
Scrupoli 24.) 63. (2.
15.

Sicchè dunque i detti acini di Grano fanno libbre 229248155422868453339567115, once 3, scrupoli 2, e grani 15. Bisogna ora divider detta somma di libbre per 80, affin di ridurla a coppe, e poscia a rubbia. Dividiamo dunque la suddetta somma per 80.

(19427858556674458888/80.) 2292481554228684533956711 5. (*Quoziente* 286560-692.
524.
448.
481.
155.
754.
342.
222.
628.
686.
468.
684.
445.
453.
533.
539.
595.
356.
367.
471.
711,
715.
75.

Fatto il computo delle soprapposte libbre di Grano divise per 80, affin di ridurle a coppe, ne vengono coppe 28656019427858556744588, e restano di più libbre 75,

Ora deesi partir la detta quantità di coppe di Grano per 8, perchè 8 coppe fanno un rubbio quì nella nostra Marca, come di sopra abbiam detto. Dividiamo dunque le suddette coppe di Grano per 8,

(848231958430734/8 : 75 : 3 : 2 : 15.
8.) 28656019427858556674458 8. (*Quoziente* 35820024-
46.
65.
16019.
34.
22.
67.
38.
65.
18.
25.
15.
76.
46.
67.
34.
24.
058.
28.
4.

Fatto dunque l'ultimo computo, ne vengono rubbia 35820024-2848231958430734, coppe 4, libbre 75 once 3, scrupoli 2, e grani 15. Tanto Grano appunto dovrebbe dar *Giovanni* a *Pietro* per un milione di Scudi. Se *Pietro* poi abbia fatto male, ognun da se stesso a chius' occhi lo può giudicare.

Vediamo ora, quante Barche vi vorrebbero per caricar tutta la detta somma di Grano in una volta sola. Perciò supponiamo primieramente, che una Barca porti 500 rubbia di Grano; onde partiremo la detta somma di Grano per 500, poichè il quoziente sarà la quantità delle Barche, che vi vogliono per portarlo.

(49646391686 $\frac{71}{500}$: 4 : 75 : 3 : 2 . 15 .
500 .) 3582002428482319584307 3 . (*Quoziente* 716400485-
820 .
3200 .
2002 .
2428 .
4284 .
2848 .
3482 .
4823 .
3231 .
2319 .
3195 .
1958 .
4584 .
843 .
3430 .
4307 .
3073
73 .

Fatto il computo, per caricar detta quantità di Grano vi vorrebbero le seguenti Barche 716400485496463916 86; e di più avanzerebbero rubbia 73, coppe 4, libbre 75, once 3, scrupoli 2, e grani 15.

§. II.

SEGUONO ALCUNI GIUOCHI CURIOSI.

PRIMO: *Per indovinare, qual numero siasi pensato da chiunque*, si opera così. Domandasi primieramente, se *vi è mezzo*? Se quegli risponde di *nò*, si fa in questa guisa. Supponiamo, che abbia pensato 4; onde si replica: *aggiugnete la metà al numero pensato*, cioè 2, che fa 6. Poi dimandasi di nuovo: *vi è mezzo*? Se esso risponde di *nò*, si replica nuovamente: *aggiugnete la metà a quest' ultimo numero*, cioè 3, che fa 9. Finalmente dimandasi: *vi è mezzo?* Se vien risposto di *nò*, allora siamo a segno. Per saper dunque, qual numero sia stato pensato, bisogna sapere quante volte entra il 9 nell'ultimo numero, perchè ogni 9 conta quattro numeri pensati. Sicchè nel caso proposto entrandovi il 9 per una volta sola, avrà pensato il 4. Ma, af-

finchè il Giuoco riesca più bello, soggiungasi: *getta via* 4 *per la Vecchia*, 5 *per la Zia*, *ec.*, e così sino al fine, cioè fintantochè sieno gettati via tutti, avvertendo però chi fa il Giuoco a dover tenere a mente i 9, che v'entrano, affinchè indovini il numero pensato. Deesi inoltre avvertire, che se avesse pensato $3\frac{1}{2}$, quel mezzo bisogna farglielo far sano; onde allora sarebbe 4, e dipoi, terminata l'operazione, levasi quel *mezzo*.

Deesi disopprappiù avvertire, che, se nella prima aggiunta vi fosse il *mezzo*, il detto *mezzo* conviene farglielo far sano; e questo primo *mezzo* conta 1 numero pensato. Se nel secondo ingrandimento, ovvero aggiunta, fossevi parimente il *mezzo*, bisogna farglielo far sano; e questo *mezzo* conta 2 numeri pensati. Se poi il *mezzo* fosse nella prima, e nella seconda aggiunta, allora conta 3, uno pel primo, e due pel secondo *mezzo*. Diamone l'esempio. Pensi qualcuno il 7; aggiunta la metà al detto numero, cioè $3\frac{1}{2}$ fa $10\frac{1}{2}$; onde questo *mezzo* fatto sano farà 11. Aggiunta di nuovo la metà al detto numero 11, cioè $5\frac{1}{2}$ fa $16\frac{1}{2}$, e fatto sano il *mezzo* fa 17. In 17 il 9 v'entra una volta sola; dunque da 9 abbiamo solamente quattro numeri pensati: uno ne abbiamo dal primo *mezzo*, che fa 5, e due dal secondo *mezzo* che fanno 7, che appunto era il numero pensato.

Il detto Giuoco può farsi ancora nella seguente maniera. Pensi qualcuno il suo numero, e sia, per esempio, 5. Si fa triplicare, cioè moltiplicar per 3 il medesimo 5, e farà 15. Poi si dice: *gettate via la metà*, e resta $7\frac{1}{2}$. Ciò fatto, si domanda: *vi è mezzo?* Se risponde di *sì*, allora dicesi: *fatelo sano*, che farà 8. Inoltre si replica: *triplicate il vostro numero restato*, cioè si moltiplichi per 3 il numero 8, e fa 24. Poi si dice *gettate via la metà*, e resta 12. Ciò fatto, soggiugnesi: *vi è mezzo?* Se risponderà di *nò*, allora siamo a segno; onde si dimanda: *quante volte in questo numero rimasto v'entra il* 9? Perchè, siccome accennossi di sopra, ogni 9 conta quattro numeri pensati. Se risponderà, che il 9 v'entra una sola volta, avremo allora 4 numeri pensati, ed 1 pel primo *mezzo*, che fanno 5. Intorno poi a' *mezzi* osservisi ciocchè fu insegnato di sopra, giacchè è il medesimo Giuoco, e l'istessa regola.

Secondo. *Per indovinare in tre Persone, chi voglia essere. per esempio, Papa, chi Imperadore, e chi Re*, ovvero *chi abbia preso mezzo bajocco, chi un bajocco, e chi un quattrino*, ovvero altra

cosa a piacimento del Giuocatore, avvertasi prima, che le dette tre cose debbonsi nominare nella mente del medesimo Giuocatore, cioè una *A*, la seconda *E*, e la terza *I*. Supponiamo, per esempio, che le proposte tre cose sieno un bajocco, mezzo bajocco, ed un quattrino. Il bajocco lo nomineremo *A*, il mezzo bajocco *E*, ed il quattrino *I*. Le dette tre cose sempre debbono esser diverse, affine di poterle distinguere, e non fallare. Inoltre il Giuocatore dee notar nella sua mente, qual sia la prima delle tre Persone, qual la seconda, e quale la terza. Ciò notato, dia alla prima Persona un acino di fave per segno, alla seconda Porsona ne dia due acini, ed alla terza Persona tre acini. Finalmente ponendo sopra la tavola le suddette tre cose, e 18 acini di fave, il Giuocatore deesi ritirare per non vedere, poichè in tal caso non sarebbe più Giuoco. Allontanato ch' egli siasi, dirà, che *ciascuna delle tre Persone prenda una di quelle cose a piacimento*. Prese dipoi le dette tre cose, dirà il Giuocatore: *chi ha preso il bajocco*, (da esso nominato *A* nella sua mente) *prenda tanti segni, quanti ne ha in mano*. Supponiamo, che il bajocco sia stato preso dalla seconda Persona, la quale ha due segni in mano, e perciò ne dovrà prendere altri due. Poscia dirà di nuovo: *chi ha preso il mezzo bajocco*, (da esso nominato *E* nella sua mente), *prenda due volte tanti segni, quanti ne ha in mano*. Suppongasi, che sia stato preso dalla prima Persona, che ha in mano un sol segno; onde ne dovrà prender due. Finalmente dirà: *chi ha preso il quattrino*, (da esso nominato *I* nella mente) *prenda quattro volte tanti segni, quanti ne ha in mano*. Supponiamo, che l' abbia preso la terza Persona, che ha in mano tre segni; onde ne dovrà prender 12. Dopo fatto tutto questo, il Giuocatore dee domandare: *quanti segni sono avanzati*? Nel caso nostro ne avanzerebbero due, poichè, essendo diciotto, due ne prese la prima Persona, due la seconda, che fanno quattro, e dodici, che ne prese la terza, fanno 16; e perciò, come si è detto; ne restano due.

Fattasi pertanto l'operazione suddetta, deesi notare il seguente Verso.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.

Aperi - Praelati - Magister - Camille - Perina - Quid habes - Ribera.

Imperocché, se avanza 1, la risposta cade sopra la prima parola *Aperi*; se 2, sopra la seconda parola *Praelati*; se 3, sopra la terza parola *Magister*, ec. Sicchè dunque nel caso nostro essen-

done avanzati 2, la risposta cade sopra la seconda parola *Praelati*, la quale spiegasi così. La prima Persona avrà preso il mezzo bajocco da noi nominato *E*, perchè nella parola *Praelati* la prima vocale è *E*. La seconda Persona avrà preso il bajocco, che fu nominato *A*, perchè nella parola medesima *Praelati* la seconda vocale è *A*. La terza Persona avrà preso il quattrino nominato *I*, perchè nella parola *Praelati* la terza vocale è *I*. Imperocchè in dette parole del Verso citato sempre la prima vocale corrisponde alla prima Persona, la seconda vocale corrisponde alla seconda Persona, e la terza vocale corrisponde alla terza Persona. Ma, siccome la prima Persona, (e ciò intendasi delle altre Persone ancora) non sempre ha presa la cosa *A*, così nella prima vocale non sempre trovasi la vocale *A*, ec. Il detto Verso potrebbesi imparare a mente, perchè non istà bene fare un Giuoco colla carta in mano.

Chiunque imparar volesse altri bellissimi Giuochi, e più curiosi, legga fra gli altri il *Taumaturgo Matematico* dell' *Ensel*, ed il primo Tomo delle *Ricreazioni Matematiche, e Fisiche* del Sig. *Ozonam*, mentre a me sembrano anche superflui i quì soprapposti.

CAPITOLO XXIII.

DELLE ALLEGAZIONI.

Allegazione, o *legamento* significa *stabilire a due specie di mercanzie un prezzo di mezzo*. Per esempio, se qualcuno volesse comperar del Pepe, che costa bajocchi 25 la libbra, e volesse inoltre comperar de' Garofani, che costano bajocchi 38 la libbra, ma quel tale volesse spender solamente 29 bajocchi, e ne pretendesse una libbra tra Pepe, e tra Garofani; questa regola dell'allegazione insegnerà quanto di Pepe, e quanto di Garofani aver dee per 29 bajocchi, e che in tutto sia una libbra. Si fa dunque così.

	Prezzi.	*Differenze.*
	38.	4.
Prezzo mezzano 29.		
	25.	9.
		13.

Prima si scrive il prezzo de' Garofani, che vagliono bajocchi 38 la libbra, e poi il prezzo del Pepe sotto quello de' Garofani, che sarà 25, poichè 25 bajocchi vale una libbra il Pe-

pe. Tramezzo a questi due prezzi scrivesi il denaro, che qualcuno vuole spendere, e si nota a mano sinistra indietro, affinchè non confondasi co' prezzi. Dopo ciò osservasi qual differenza passa tra 'l prezzo de' Garofani, cioè 38 bajocchi, ed il denaro, che vuolsi spendere, cioè 29 bajocchi, e troveremo, che la differenza è 9; la qual differenza si segnerá incontro il prezzo del Pepe, che è 25. Fatto questo, si osserverá la differenza, che passa tra 'l prezzo del Pepe, che è di 25 bajocchi, ed il denaro, che vuolsi spendere, cioè 29 bajocchi, e troveremo, che la detta differenza è 4; e questa differenza si segnerà a mano destra incontro il 38 prezzo de' Garofani. Finalmente sommeremo le dette differenze 4, e 9, ed avremo di somma 13. Poscia per la regola del Tre semplice diretta così diremo: se 13 mi dá 1, che mi darà 4, cioè la differenza posta dirimpetto al prezzo de' Garofani? Inoltre, che mi dará 9, differenza posta dirimpetto al prezzo del Pepe? Perchè il quarto proporzionale sará la quantità de Garofani, e del Pepe, che avrassi co' bajocchi 29.

$$13 : 1 :: \begin{matrix} 4? & \frac{4}{13} \text{ Garofani.} \\ 9? & \frac{9}{13} \text{ Pepe.} \end{matrix}$$

Dunque co' bajocchi 29 si avrà di Garofani $\frac{4}{13}$, e di Pepe $\frac{9}{13}$, che in tutto fanno una libbra.

Ora se ne dee far la prova, se l'operazione sia ben fatta. Per formar detta prova, dicesi così per la regola del Tre semplice diretta: se una libbra di Garofani vale bajocchi 38, quanto valeranno $\frac{4}{13}$? Dipoi se una libbra di Pepe vale bajocchi 25, quanto valeranno $\frac{9}{13}$? Onde troverassi subito il prezzo del rotto del Pepe, e de' Garofani; e dipoi sommati i detti prezzi faranno il valore di bajocchi 29. Eccone un

Esempio.

$$1 : \begin{matrix} 38 : \frac{4}{13}? & 11\ \frac{2}{13} \\ 25 : \frac{9}{13}? & 17\ \frac{4}{13} \\ & 29. \end{matrix} \quad \text{cioè } 13 : \begin{matrix} 38 : 4? & 11\ \frac{2}{13} \\ 25 : 9? & 17\ \frac{4}{13} \\ & 29. \end{matrix}$$

Dove avvertasi, che i rotti $\frac{2}{13}$, e $\frac{9}{13}$ sono rotti di bajocchi, che sommati contano per un bajocco, quale unito all' 11 fa 12, e questo finalmente unito al 17 dà l'intera somma di bajocchi 29. Per far tutta l'operazione, l'intiero 1 deesi ridurre alla denominazione del rotto posto nel terzo proporzionale, che è 13, co-

me fu insegnato nel Capitolo XV. §. VI. e conforme vedesi quì praticato nella seconda operazione posta per maggior chiarezza, che dovrà ciascun praticare nelle seguenti regole di allegazione, la quale per brevità non verrà ripetuta. Essendochè dunque $\frac{4}{11}$ di Garofani, e $\frac{7}{11}$ di Pepe vagliono bajocchi 29, i quali appunto voleansi spendere per una libbra tra' Garofani, e Pepe, è segno della perfetta operazione. Quando sono due cose sole, sempre opererassi nel suddetto modo, che non si potrà errare.

Se poi fossero cinque cose diverse, come Pepe, Cannella, Garofani, Zafferano, e Nocemoscada, supponendo, che il Pepe si venda bajocchi 25, la Cannella baj. 32, i Garofani bajocchi 38, il Zafferano bajocchi 22, la Nocemoscada baj. 36; e che il denaro, che uno voglia spender per una libbra, in cui v'entrano tutte cinque le suddette Droghe, importi 29 bajocchi; avvertasi, che, per far la legazione, il denaro, che deesi spendere, sia di mezzo tra 'l prezzo superiore, ed inferiore, perchè altrimenti non si farebbe legazione, com'è chiaro per se stesso. Ciò dunque supposto, stendiamo il quesito.

Pepe.		25	—	7 : 3 : 9	—	19.
Zafferano.		22	—	7 : 3 : 9	—	19.
	29.					
Garofani.		38	—	4 : 7	—	11.
Cannella.		32	—	4 : 7	—	11.
Nocemoscada.		36	—	4 : 7	—	11.
		Differenza 71.			*Sommata* 71.	

Le sopraddette Droghe si legheranno così. Prima trovasi la differenza tra il denaro da spendersi, cioè baj. 29, ed il prezzo del Pepe, il quale si legherà in primo luogo colla Nocemoscada, e perciò diremo: la differenza tra' bajocchi 29, ed il prezzo del Pepe è 4; onde segneremo 4 dirimpetto alla Nocemoscada. Diremo dipoi: la differenza tra il 29, ed il prezzo della Nocemoscada, cioè 36, è 7; onde segneremo 7 dirimpetto al 25. Di nuovo legheremo il 25 prezzo del Pepe col 32 prezzo della Cannella. Troveremo dunque la differenza tra 29, e 25, che è 4, e la segneremo dirimpetto al 32 prezzo della Cannella. Troveremo ancora la differenza tra 29, e 32, che è 3, e segneremo 3 dirimpetto al 25 prezzo del Pepe dopo il 7. Finalmente legheremo il medesimo prezzo del Pepe, cioè 25, col prezzo de'

Garofani, che è 38. Trovasi dunque la differenza tra 29, e 25 prezzo del Pepe, la qual differenza è 4, che segnasi dopo il 38 prezzo de' Garofani. Dipoi trovasi la differenza tra 29 e 38, e questa differenza, che è 9, segnerassi dirimpetto al 25 prezzo del Pepe dopo il 7, ed il 3. Legato il prezzo del Pepe con quel de' Garofani, della Cannella, e della Nocemoscada, resta a legarsi colle medesime cose il prezzo del Zafferano. Leghiamo dunque prima il prezzo del detto Zafferano col prezzo della Nocemoscada. Troviamo la differenza tra 29, e 22 prezzo del Zafferano, la qual differenza è 7, che segneremo dirimpetto al 36 prezzo della Nocemoscada dopo il 4. Dipoi trovata la differenza tra 29, e 36 prezzo della Nocemoscada, la qual differenza è 7, segneremo 7 dopo il 22 prezzo del Zafferano. Legheremo inoltre l'istesso 22 prezzo del Zafferano col 32 prezzo della Cannella. Troviamo perciò tra il 29, ed il 22 prezzo del Zafferano la differenza, che è 7, e si segna dirimpetto al 32 prezzo della Cannella dopo il 4. Poscia tra 29, e 32 prezzo della Cannella troveremo la differenza 3, che deesi segnar dirimpetto al 22 prezzo del Zafferano dopo il 7. Finalmente legheremo il medesimo prezzo del Zafferano 22 col 38 prezzo de' Garofani. Trovisi pertanto la differenza tra 29, e 22, la quale è 7, e si segnerà dirimpetto al 38 prezzo de' Garofani dopo il 4. Ed in seguito troveremo la differenza tra 29, e 38, che è 9, e segneremo il 9 dirimpetto al 22 prezzo del Zafferano dopo il 7, ed il 3. Ecco dunque, che abbiamo legati i prezzi delle due Droghe, che vaglion meno del denaro, che si vuole spendere, cogli altri tre prezzi di Droghe, delle quali ciascuna vale più del denaro suddetto. Così pertanto farassi sempre, quando le Droghe, od altre robe sono più di due; cioè sempre la Droga di prezzo inferiore al denaro, che si vuole spendere, legasi co' prezzi delle Droghe superiori al denaro, che vuolsi spendere comperandole una per una. So benissimo, che potrebbonsi legare altrimenti ancora, ma non mai l'operazione verrà con tanta giustezza, come nel modo assegnato. Ciò fatto, si sommeranno tutte le differenze, prima ciascuna da se per linea piana, e poi tutte insieme per colonna; onde la somma totale sarà 71. Finalmente per la regola del Tre semplice diretta si dirà: se 71 somma di tutte le differenze mi dà 1 libbra, quanto mi darà 19 differenza posta dirimpetto al 25 prezzo del Pepe? (Poichè le dette differenze si

sommano in questo modo, cioè 7, e 3 fanno 10: 10, e 9 fanno 19; e così dicasi ancora delle altre differenze riguardo alle altre Droghe, come vedesi fatto). Dipoi dicasi similmente: quanto mi darà la differenza 19 posta dirimpetto al 22 prezzo del Zafferano? Quanto mi darà 11 differenza posta dirimpetto al 38 prezzo de' Garofani? Quanto mi darà la differenza 11 posta dirimpetto al 32 prezzo della Cannella? Quanto mi darà la differenza 11 posta dirimpetto al 36 prezzo della Nocemoscada? In questo caso dunque la regola del Tre si scriverà così.

	(19?)	$\frac{19}{71}$ Pepe.
	(19?)	$\frac{19}{71}$ Zafferano.
71 : 1 :	(11?)	$\frac{11}{71}$ Garofani.
	(11?)	$\frac{11}{71}$ Cannella.
	(11?)	$\frac{11}{71}$ Nocemoscada.

Dal che ne segue, che con 29 bajocchi al prezzo già presupposto nel quesito delle Droghe nominate, per averne una libbra, avrassi di Pepe $\frac{19}{71}$, di Zafferano $\frac{19}{71}$, di Garofani $\frac{11}{71}$, di Cannella $\frac{11}{71}$, di Nocemoscada $\frac{11}{71}$, che in tutto fanno una libbra, la quale appunto volevasi comperare con 29 baj.

Conviene ora farne la prova, la quale per la regola del Tre semplice diretta si fa così: se 1 libbra di Pepe mi costa 25 bajocchi, quanto mi costeranno $\frac{19}{71}$? Il medesimo quesito facciasi ancora per le altre frazioni di Droghe.

1 : 25 : : $\frac{19}{71}$?	6	$\frac{49}{71}$ Pepe.
1 : 22 : : $\frac{19}{71}$?	5	$\frac{61}{71}$ Zafferano.
1 : 38 : : $\frac{11}{71}$?	5	$\frac{61}{71}$ Garofani.
1 : 32 : : $\frac{11}{71}$?	4	$\frac{61}{71}$ Cannella.
1 : 36 : : $\frac{11}{71}$?	5	$\frac{41}{71}$ Nocemoscada.

Somma 29 de' prezzi.

Dove chiaramente vedesi, che per $\frac{19}{71}$ di Pepe vi vogliono baj. 6 $\frac{49}{71}$; per $\frac{19}{71}$ di Zafferano vi vogliono baj. 5 $\frac{61}{71}$, ec.; i quali prezzi tutti sommati ascendono a bajocchi 29, e questa somma di dena-

ro appunto fin dal principio erasi prefissa di spendere; dunque l'operazione è ben fatta. Così sempre dovrassi operare, secondochè fu già di sopra accennato, quando le cose da legarsi sono più di due, giacchè non si potrà fallare. Sempre dunque deesi legar la Droga, ovvero altra roba di prezzo inferiore al denaro, che si vuole spendere, colla Droga di prezzo superiore al denaro medesimo.

Consecutivamente ne viene, che, se il denaro fosse inferiore alla Droga di minor valore, oppure fosse superiore alla Droga di maggior valore, in tal caso l'allegazione sarebbe impossibile, perchè nel primo caso non v'entra una libbra della Droga inferiore; e nell'altro caso una libbra della Droga superiore non uguaglia il denaro. Siccome nel proposto esempio, se si volesse spendere 18 bajocchi, ovvero 40 bajocchi per una libbra, chiaramente vedesi, che con 18 bajocchi non si può aver neppure una libbra di Zafferano, Droga più inferiore di prezzo, che costa bajocchi 22; e con 40 bajocchi potrebbesi prender più di una libbra di Garofani, Droga maggiore di prezzo, che vale bajocchi 38; dunque l'allegazione sarebbe impossibile.

Altro quesito = *Un Mercatante vuol comperare* 400 *libbre tra Pepe, Garofani, Cannella, e Nocemoscada; ma vuole spender solamente* 40 *scudi. Il Pepe vale baj.* 8 *la libbra, i Garofani baj.* 7, *la Cannella baj.* 13, *e la Nocemoscada baj.* 16. *Addimandasi, quanto dovrà prender di ciascuna Droga?* Prima di passar più avanti, convien ricercare, quanto ricada alla libbra la somma di 40 scudi, supposte le 400 libbre da comperare. Questo si fa per la regola del Tre semplice diretta dicendo così: se 400 libbre mi costano scudi 40, quanto mi costerà una libbra? Troverassi, che il costo di una libbra ricade a baj. 10, e questi formano il prezzo mezzano. Ciò fatto, stenderassi la regola delle allegazioni, come ne' passati esempj, ed è la seguente.

Pepe . . . . . 8 — 6 : 3 —— 9.
Garofani . . . . . 7 — 6 : 3 —— 9.
Prezzo di mezzo . . . 10 . . .
Cannella . . . . . 13 — 2 : 3 —— 5.
Nocemoscada . . . 16 — 2 : 3 —— 5.

Somma 28 *delle differenze* 28.

Per legar le suddette Droghe faremo così. Prima legheremo il Pepe colla Nocemoscada. Troviamo dunque la differenza tra'

bajocchi 10, che costa una libbra da comperarsi, e baj. 8 prezzo del Pepe, la qual differenza è 2, che segneremo dirimpetto al 16 prezzo della Nocemoscada. Poi troveremo la differenza tra il 10, ed il 16 prezzo della Nocemoscada, la qual differenza è 6, che segneremo dirimpetto all' 8 prezzo del Pepe. Inoltre legheremo il medesimo Pepe colla Cannella. Troviamo dunque la differenza tra 10, ed 8 prezzo del Pepe, la qual differenza è 2, che segneremo dirimpetto al 13 prezzo della Cannella. Poi troveremo la differenza tra 10, e 13 prezzo della Cannella, la qual differenza è 3, che segneremo dirimpetto all' 8 dopo il 6. Legato il Pepe colla Cannella, e colla Nocemoscada, rimangono a legarsi i Garofani colla Cannella, e colla Nocemoscada. Prima dunque legheremo i Garofani colla Nocemoscada. Troviamo pertanto la differenza tra 10, e 7 prezzo de' Garofani, la qual differenza è 3, che segneremo dirimpetto al 16 prezzo della Nocemoscada, dopo il 2. Poi troveremo la differenza tra 10, e 16 prezzo della Nocemoscada, la qual differenza è 6, che segneremo dirimpetto al 7 prezzo de' Garofani. Finalmente legheremo i medesimi Garofani colla Cannella. Troviamo dunque la differenza tra 10, e 7 prezzo de' Garofani, la qual differenza è 3, che segneremo dirimpetto al 13 prezzo della Cannella dopo il 2. Troveremo dipoi la differenza tra 10, e 13 prezzo della Cannella, la qual differenza è 3, che segneremo dirimpetto al 7 dopo il 6. Ecco pertanto legate tutte le Droghe inferiori colle superiori, conforme doveasi fare. Debbonsi ora sommar tutte insieme le differenze, che fanno 28 di somma. Dopo per la regola del Tre semplice diretta diremo: se 28 somma delle differenze mi dà libbre 400, quanto mi darà la differenza 9 posta dirimpetto al Pepe? Così ancora, quanto mi darà la differenza 9 posta dirimpetto a' Garofani? Quanto la differenza 5 posta dirimpetto alla Cannella? Quanto finalmente la differenza 5 posta dirimpetto alla Nocemoscada? Cosicchè nella proporzione tutta la somma delle differenze tenga il primo luogo, la somma delle Droghe, che si hanno a comperare, tenga il secondo luogo, e le differenze particolari abbiano il terzo luogo. Il detto quesito pertanto si stenderà nella seguente forma.

: : 9 ? 128. $\frac{4}{7}$ Pepe.

: : 9 ? 128 $\frac{4}{7}$ Garofani.

28 : 400. : : 5 ? 71 $\frac{1}{7}$ Cannella.

: : 5 ? 71 $\frac{1}{7}$ Nocemoscada.

Somma 400 *delle Droghe.*

Osservisi, che in questa operazione, affinchè riuscisse più facile, il primo, ed il secondo proporzionale, cioè tanto il divisore 28, quanto il dividendo 400, sono stati ridotti a minor quantità coll'essere stato diviso ciascheduno in quattro parti; laonde il divisore non è stato 28, ma 7; ed il dividendo non è stato 400, ma 100. Così è bene a farsi, quando si può, poichè l'operazione riesce più spedita.

Operando secondo la regola del Tre, troveremo, che di Pepe se ne prenderanno libbre 128 $\frac{4}{7}$; di Garofani libbre 128 $\frac{4}{7}$; di Cannella libbre 71 $\frac{1}{7}$; di Nocemoscada libbre 71 $\frac{1}{7}$; che in tutto sommano libbre 400, le quali appunto si desideravano comperare. Deesene ora far la prova, se l'operazione sia ben fatta. Si costituisca dunque la regola del Tre tante volte, quante sono le Droghe, e dicasi: se una libbra di Pepe mi costa baj. 8, quanto mi costeranno libbre 128 $\frac{4}{7}$? Dipoi si dirà: se una libbra di Garofani mi costa baj. 7, quanto mi costeranno libbre 128 $\frac{4}{7}$? Così dicasi ancora delle altre Droghe. Eccone un

Esempio.

1 : 8 : : 128 $\frac{4}{7}$? 10 : 28 $\frac{4}{7}$ Pepe.

1 : 7 : : 128 $\frac{4}{7}$? 9 : 00 Garofani.

1 : 13 : : 71 $\frac{1}{7}$? 9 : 28 $\frac{4}{7}$ Cannella.

1 : 16 : : 71 $\frac{1}{7}$? 11 : 42 $\frac{6}{7}$ Nocemoscada.

40 : = : =

Fatto il computo, troveremo, che le libbre 128 $\frac{4}{7}$ di Pepe vagliono scudi 10, baj. 28 $\frac{4}{7}$; le libbre 128 $\frac{4}{7}$ di Garofani vagliono scudi 9; le libbre 71 $\frac{1}{7}$ di Cannella vagliono scudi 9; baj. 28. $\frac{4}{7}$ e le lib. 71 $\frac{1}{7}$ di Nocemoscada vagliono sc. 11, bajocchi 42 $\frac{6}{7}$; che in tutto sommano scudi 40, il qual denaro appunto voleasi spendere. Ciò sarà segno, che l'operazione è ben fatta;

e perciò così sempre farassi in qualunque altro simile esempio.

Altro quesito = *Un Statuario vuol fare una Statua d' Argento del peso di libbre 56. Vorrebb egli pertanto pagar l' Argento solamente scudi 24 la libbra; ma trova due specie d Argento: una, che vale scudi 30, e l' altra scudi 20 la libbra. Addimanda perciò, quanto dell' uno, e quanto dell' altro Argento debba prendere, acciocchè fuso insieme vaglia scudi 24 la libbra?* Si stenda il quesito, come nelle passate esperienze.

30 —— 4.

24.

20 —— 6.

10 *Somma.*

Per legare insieme il prezzo dell' uno col prezzo dell' altro Argento, e per iscioglière il quesito suddetto, si farà così. Troverassi primieramente la differenza tra gli scudi 24, che si vogliono spendere, e gli scudi 30 prezzo dell' Argento più fino, la qual differenza è 6, che si segnerà dirimpetto al 20. prezzo dell' Argento basso. Troveremo dipoi la differenza tra gli scudi 24 da spendersi, e gli scudi 20 prezzo dell' Argento basso, la qual differenza è 4, che segneremo dirimpetto al 30 prezzo dell' Argento fino. Finalmente sommeremo ambe le differenze, che faranno 10. Poscia per la regola del Tre semplice diretta diremo: se 10 somma delle differenze mi dà 56 peso della Statua desiderata, quanto mi darà 4 differenza posta dirimpetto al 30 prezzo dell' Argento fino? Così ancora che mi darà 6 differenza posta dirimpetto al 20 prezzo dell' Argento basso? Eccone l'

Esempio.

4? 22 $\frac{4}{10}$ Argento fino.

10 : 56 : :

6? 33 $\frac{6}{10}$ Argento basso.

Fatto il computo, si dovranno prender libbre 22 $\frac{4}{10}$ di Argento fino, e libbre 33 $\frac{6}{10}$ del basso, che in tutto sommano libbre 56, secondochè si desiderava; onde a scudi 24 la libbra n'ascende la valuta in tutto a scudi 1344.

Conviene ora farne la prova per la regola del Tre semplice diretta, come nelle passate sperienze, e perciò diremo: se 1 libbra d' Argento fino vale scudi 30, quanto valeranno libbre 22 $\frac{4}{10}$? E poi se 1 libbra d'Argento basso vale scudi 20, quanto valeranno libbre 33 $\frac{6}{10}$? Eccone l'esempio.

1 : 30 : 22 $\frac{4}{10}$? 672 Argento fino.

1 : 20 : 33 $\frac{6}{10}$? 672 Argento basso.

Costa dunque l'Argento fino scudi 672, e l'Argento basso scudi 672, che in tutto sommano scndi 1344; il qual denaro appunto voleasi spendere per libbre 56 d'Argento.

La legazione di più cose potrebbesi far parimente in altra maniera, ed anche con maggior brevità. Diamone un esempio. Sia da comperarsi una libbra tra Pepe, che vale bajocchi 25., Zafferano, che vale baj. 22, Cannella, che vale bajocchi 24, Garofani, che vagliono baj. 38, e Nocemoscada, che vale baj. 36; ma si voglia spender solamente baj. 30. Si stenda il quesito, come nelle passate sperienze.

	Pepe.	25 — 6.
	Zafferano.	22 — 8.
	Cannella.	24 — 6.
Prezzo di mezzo	30.	
	Garofani	38 — 8.
	Nocemoscada.	36 — 5. : 6.

Somma 39 *delle differenze.*

Per far detta legazione di cose faremo così. Prima legheremo il Pepe colla Nocemoscada. Troviamo dunque la differenza tra 30 denaro, che si vuole spendere, e 25 prezzo del Pepe, la qual differenza è 5, che segneremo dirimpetto al 36 prezzo della Nocemoscada. Poi troveremo la differenza tra 30, e 36 prezzo della Nocemoscada, la qual differenza è 6, che segneremo dirimpetto al 25 prezzo del Pepe. Legheremo inoltre il Zafferano co' Garofani. Troveremo perciò la differenza tra 30, e 22 prezzo del Zafferano, la qual differenza è 8, che segneremo dirimpetto al 38 prezzo de' Garofani. Dipoi troveremo la differenza tra 30, e 38 prezzo de' Garofani, la qual differenza è 8, che segneremo dirimpetto al 22 prezzo del Zafferano. Restaci ora a legare la Cannella. Ma, perchè non abbiamo altra cosa di prezzo superiore, che non sia legata, sarà pertanto in nostra libertà il legar la detta Cannella con qualunque altra delle suddette robe di prezzo superiore. Legheremo dunque la Cannella con la Nocemoscada. Troviamo perciò la differenza tra 30, e 24 prezzo della Cannella, la qual differenza è 6, che segneremo dirimpetto al 36 prezzo della Nocemoscada dopo il 5. Poi troveremo la diffe-

renza tra 30, e 36 prezzo della Nocemoscada, la qual differenza è 6, che segneremo dirimpetto al 24 prezzo della Cannella. Ora abbiamo legati tutt'i prezzi inferiori co' superiori, nè rimane altro da legarsi, poichè basta per questa regola, che ciascun de' prezzi inferiori sia legato con un solo de' superiori, e che ciascun de' superiori sia legato con un solo degl' inferiori; il che già si è fatto, come apparisce dall' esempio proposto; e così ancora farassi in qualunque altra occorrenza. Ciò eseguito, debbonsi sommar le differenze, giacchè tutto in avvenire operasi secondo le sperienze passate. La somma dunque delle differenze sarà 39. Dopo per la regola del Tre semplice diretta si dirà: se 39 somma delle differenze mi dà 1 libbra, quanto darammi 6 differenza posta dirimpetto al 25 prezzo del Zafferano ec.? Perchè il quarto proporzionale è la quantità cercata. Ove deesi notare, che la differenza 6 del Pepe, venuta dalla Nocemoscada, non è di essa Nocemoscada, ma del Pepe, perciò dà la quantità del Pepe medesimo. Così ancora la differenza 8 posta dirimpetto al Zafferano dà la quantità del Zafferano stesso, e non de' Garofani, ec.

	(6?)	$\frac{6}{39}$	Pepe.
	(8?)	$\frac{8}{39}$	Zafferano.
39 : 1 : :	(6?)	$\frac{6}{39}$	Cannella.
	(8?)	$\frac{8}{39}$	Garofani.
	(11?)	$\frac{11}{69}$	Nocemoscada.

Dal che ne segue, che con 30 bajocchi si prenderanno $\frac{6}{39}$ di Pepe, $\frac{8}{39}$ di Zafferano, ec., che in tutto sommano 1 libbra, la quale appunto desideravasi comperare.

Se ne faccia ora la prova per la regola del Tre semplice diretta, come nelle passate sperienze, dicendo: se 1 libbra di Pepe mi costa 25 bajocchi, quanto mi costeranno $\frac{6}{39}$? Così parimente, se 1 libbra di Zafferano mi costa 22 bajocchi; quanto mi costeranno $\frac{8}{39}$? E così delle altre Droghe. Eccone un

Esempio.

1 : 25 : : $\frac{6}{19}$?	3 $\frac{11}{19}$	Pepe.
1 : 22 : : $\frac{8}{19}$?	4 $\frac{10}{19}$	Zafferano.
1 : 24 : : $\frac{6}{19}$?	3 $\frac{17}{19}$	Cannella.
1 : 38 : : $\frac{8}{19}$?	7 $\frac{11}{19}$	Garofani.
1 : 36 : : $\frac{11}{19}$?	10 $\frac{6}{19}$	Nocemoscada.

Fatto il computo, $\frac{6}{19}$ di Pepe costeranno baj. 3 $\frac{11}{19}$, ec., che in tutto sommano baj. 30, il qual denaro appunto volevasi spendere per 1 libbra tra tutte le suddette Droghe.

Per maggior chiarezza siane un altro esempio. *Vorrei comperare* 84 *libbre tra Pepe, che vale baj.* 14 *la libbra, Zafferano, che vale baj.* 22, *Garofani, che vagliono baj.* 16, *e Cannella, che vale baj.* 27; *ma in tutto vorrei spendere scudi* 15, *e baj.* 12. *Addimando, quanto debba io prenderne di ciascuna delle suddette Droghe, onde ascenda il tutto a libbre* 84, *e non oltrepassi la spesa gli scudi* 15, *baj.* 12? Prima di stendere il quesito per l'allegazione, deesi cercare per la regola del Tre semplice diretta, quanto vengano a ricadere alla libbra, e perciò dirassi: se 84 libbre mi costano scudi 15, e baj. 12, quanto mi costerà 1 libbra? Troverassi, che ricade appunto a baj. 18; e detti bajocchi 18 servono per prezzo di mezzo, senza di cui non si può operare. Ciò fatto dunque si stenda il quesito per l'allegazione così.

Pepe	14 — 9.
Garofani.	16 — 4.
Prezzo di mezzo 18.	
Zafferano.	22 — 2.
Cannella.	27 — 4.
	Somma 19 *delle differenze.*

Steso il quesito, prima legheremo il Pepe colla Cannella. Troveremo dunque la differenza tra 18 denaro, che si vuole spendere, e 14 prezzo del Pepe, la qual differenza è 4, che segneremo dirimpetto al 27 prezzo della Cannella. Dipoi troveremo la differenza tra 18, e 27 prezzo della Cannella, la qual differenza è 9, che segneremo dirimpetto al 14 prezzo del Pepe. Inoltre legheremo i Garofani col Zafferano. Troveremo dunque la differenza tra 18, e 16 prezzo de' Garofani, la qual differenza è 2, che segneremo dirimpetto al 22 prezzo del Zafferano.

Poscia troveremo la differenza tra 18, e 22 prezzo del Zafferano, la qual differenza è 4, che segneremo dirimpetto al 16 prezzo de' Garofani. Ciò eseguito, non occorre fare altra legazione, giacchè, conforme si è insegnato nella passata sperienza, ciascuna Droga di prezzo inferiore si è legata con una delle superiori, ed all'opposto ciascuna Droga di prezzo superiore si è legata con una delle inferiori, essendo sufficiente questa sola legazione. Somminsi ora insieme tutte le differenze, e ne verrà la somma 19. Dopo per la regola del Tre semplice diretta dicasi: se 19 somma di tutte le differenze mi dà 84 quantità desiderata delle suddette Droghe, quanto mi darà 9 differenza del Pepe? Quanto 4 differenza de' Garofani, ec.? Eccone l'esempio.

	(9?)	$39\frac{11}{19}$	Pepe.
	(4?)	$17\frac{11}{19}$	Garofani.
19 : 84 : :	(2?)	$8\frac{16}{19}$	Zafferano.
	(4?)	$17\frac{11}{19}$	Cannella.
	Somma	84 : =	

Fatto il computo, ne segue, che del Pepe debbasene prendere libbre $39\frac{11}{19}$, de' Garofani libbre $17\frac{11}{19}$, del Zafferano libbre $8\frac{16}{19}$, e della Cannella libbre $17\frac{11}{19}$, che in tutto sommano libbre 84, la qual quantità voleasi appunto comperare. Deesene poscia far la prova per la regola del Tre semplice diretta, dicendo: se 1 libbra di Pepe mi costa bajocchi 14, quanto mi costeranno libbre $39\frac{11}{19}$? Similmente dirassi: se 1 libbra di Garofani mi costa baj. 16, quanto mi costeranno libbre $17\frac{11}{19}$? E così dicasi delle altre Droghe ancora. Eccone l'esempio.

1 : 14 : :	$39\frac{11}{19}$?	5 : $57\frac{1}{19}$	Pepe.
1 : 16 : :	$17\frac{11}{19}$?	2 : $82\frac{18}{19}$	Garofani.
1 : 22 : :	$8\frac{16}{19}$?	1 : $94\frac{10}{19}$	Zafferano.
1 : 27 : :	$17\frac{11}{19}$?	4 : $77\frac{8}{19}$	Cannella.
	Somma	15 : 12 : =	

Laonde computato il tutto, libbre $39\frac{11}{19}$ di Pepe vagliono scudi 5, baj $57\frac{1}{19}$; libbre $17\frac{11}{19}$ di Garofani vagliono scudi 2, baj. $82\frac{18}{19}$, e così delle altre Droghe, la somma delle quali ascende in tut-

to a scudi 15, e baj. 12, il qual denaro appunto impiegar voleasi per libbre 84 delle soprapposte Droghe. Questi due modi di legare, insegnati nel presente Capitolo, sono facilissimi, e si possono porre in pratica senza timor di fallare.

CAPITOLO XXIV.

REGOLA DI FALSA POSIZIONE SEMPLICE.

Questa regola dicesi *di falsa posizione*, non perchè insegni il falso, ma perchè in essa ponesi un numero ideale, per trovare un numero vero. Siffatta regola è di due sorte. Una dicesi *di falsa posizione semplice*, perchè si pone un solo numero ideale. La seconda chiamasi *di falsa posizione doppia*, perchè si pongono due numeri ideali. Differisce la prima dalla seconda; perocchè tutto ciò, che sciogliesi colla prima, si può sciorre colla seconda; ma non tutto quello, che sciogliesi colla seconda, si può sciorre colla prima. Ne segue pertanto, che questa regola di falsa posizione semplice non è assolutamente necessaria; tuttavolta non si dee lasciare per non aver sempre ad operare colla seconda, la quale è assai più lunga, e faticosa della prima. Colla medesima regola di falsa posizione semplice si sciolgono tutt' i quesiti, ov' entrano le seguenti frazioni $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} : \frac{1}{6} : \frac{1}{8}$ ec. Posta dunque una questione deesi prendere un numero, e detto numero si dee esaminare secondo il tenore del quesito, poichè, se in tutto s'accorda, sarà il numero cercato; se poi non s'accorda, coll'ajuto della regola del Tre semplice diretta si troverà il detto numero cercato. Ma osservisi, che il numero, che si prende ideale, sia di tal natura, che in esaminarlo non vi corrano rotti, non già perchè ciò sia necessario, ma soltanto per isfuggire ogni difficoltà, ed intrigo, giacchè meglio si moltiplicano i sani, che i rotti. Eccone dunque un

Esempio.

Tre Persone s' accordano insieme di voler comperare un Terreno per ₤ 1404; *ma il secondo vuol mettere la metà più del primo, ed il terzo tre volte più del secondo. Quanto dovrà dunque porre il primo, quanto il secondo, e quanto il terzo?*

Per iscioglier detto quesito faremo così. Supponiamo, (ecco il falso supposto, o sia numero ideale), che il primo abbia a mettere 2 scudi; dunque il secondo ne dovrà metter 4, poichè

dee porre la metà più del primo; ed il terzo dovrà metterne 12, dovendone metter tre volte più del secondo. Ciò fatto, si sommeranno i detti numeri 2 ; 4 : 12, che faranno 18. Dopo per la regola del Tre semplice diretta diremo: se 18 venne dalla falsa posizione di 2, da quanto verrà 1404? Ecco l'esempio.

18 : 2 : : 1404? 156.

Il quarto proporzionale sarà il denaro, che dee porre il primo. Se ne fa la prova così. Raddoppiamo 156, che sarà la porzione del secondo, e farà 312. Poi triplichiamo la porzione del secondo, che farà la porzione del terzo, cioè 936. Dopo si sommano le dette porzioni, e se la somma ascenderà all'altra somma proposta di scudi 1404, sarà segno della perfetta operazione Sommiamo dunque,

156.
312.
936.

Somma 1404 *delle Parti.*

Trovata la somma delle Parti, che ascende alla somma prefissa; è segno, come si disse, che l'operazione è ben fatta.

Altr' esempio = *Trovisi un numero, da cui levato un terzo, ed un quinto, resti* 42. Per isciorre il presente quesito supponiamo falsamente, che il numero proposto a trovarsi sia 15. Leviamo un terzo da 15, cioé 5, resta 10. Leviamo inoltre da 10 un quinto di 15, cioè 3, resta 7. Dipoi diremo per la regola del Tre semplice diretta: se il 7 venne dal numero 15 falsamente supposto, da quanto verrà il 42? Ecco l'esempio.

7 : 15 : : 42? 90.

Il quarto proporzionale, cioè 90, sarà il numero cercato. Per farne la prova, leviamo da 90 un terzo, che è 30, resta 60. Poscia da 60 leviamo un quinto di 90, cioè 18, resta 42, il quale appunto era il numero fisso proposto nel quesito.

Abbiasi peraltro l'avvertenza, che, se la quantità da levarsi ecceda l'unità, il quesito sarà impossibile. Per esempio, se si dicesse = *Trovami un numero, da cui levandosi la metà, e due terzi, resti* 8 = ; in tal caso il quesito è impossibile, perchè $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$ è più di 1, e perciò non è possibile il darsi detto numero poichè sotto l'unità non v'è numero, onde potersi operare, siccome è manifesto.

Altro quesito = *Un Cavaliere andando a Roma spese pel viag-*

gio due terzi, ed un quarto del suo denaro, e ritornato a casa riportò scudi 29. Addimandasi, quanto seco portasse nel partire? Per lo scioglimento di questo quesito convien supporre falsamente, che portasse scudi 24. Ciò supposto, facciasi poi così. Leviamo da 24 due terzi, cioè 16, e resta 8; da 8 leviamo un quarto di 24, cioè 6, e resta 2. Ora per la regola del Tre semplice-diretta dicasi: se 2 venne dal 24 falsamente supposto, da quanto verrà 29? Eccone l'esempio.

2 : 24 : : 29?. 348.

Il quarto proporzionale è il numero cercato. Facciamone la prova, levando da 348 due terzi, cioè 232; onde resterà 116; ed inoltre col levar da 116 un quarto di 348, cioè 87, resterà 29, che è appunto il numero fisso, il quale erasi proposto nel quesito.

Altro quesito = *Un Mercatante andato alla Fiera guadagnò tre volte più del denaro di quello avea portato. Dipoi col denaro, che avea, e con quello guadagnato in un' altra Fiera guadagnò cinque volte più di tutto il denaro. Tornato di nuovo alla Fiera guadagnò sei volte più del denaro, che avea, e che guadagnò nelle altre due Fiere. Dopo essendo tornato a casa, ritrovossi avere scudi* 32040. *Chiedesi, quanto denaro portasse alla prima Fiera?* Volendo sciorre il detto quesito bisogna falsamente supporre, che portasse scudi 5. A questo 5 conviene aggiugnere 15, cioè le tre volte più guadagnate nella prima Fiera, che faranno 20. A questo 20 deesi aggiugner 100, che è il numero delle cinque volte più guadagnate nella seconda Fiera, e faranno 120. A 120 finalmente aggiungasi 720, cioè le sei volte più guadagnate nella terza Fiera, che faranno 840; ma dovea esser 32040. Per trovar dunque il numero chiesto, cioè il denaro, che portò alla prima Fiera, diremo: Se 840 venne da 5, numero falsamente supposto, da quanto verrà 32040? Eccone l'esempio.

840 : 5 : : 32040? 190 $\frac{600}{840}$

Il quarto proporzionale è il numero cercato, ed il denaro, che portò il *Mercatante* alla prima Fiera. Facciasene la prova, come nelle precedenti sperienze.

Altro quesito = *Un Fornajo volendo macinare 700 rubbia di Grano andò al Mulino, e trovò, che v' erano cinque Macine, la prima delle quali macina 9 rubbia l'ora, la seconda 6, la terza 4, la quarta 3, e la quinta 1. Ricercasi, in quante ore macinerà il detto Grano?* Per rispondere a siffatto quesito convien supporre

falsamente, che si possa macinare in 2 ore. Diciamo pertanto così. In 2 ore la prima Macina (supposto però, che tutte le macine girino) dà fuori 18 rubbia di Grano macinato, la seconda 12, la terza 8, la quarta 6, e la quinta 2. Sommando le supposte rubbia macinate in 2 ore, faranno 46 rubbia. Diciamo ora per la solita regola del Tre accennata: se 46 venne da ore 2 falsamente supposte, da quante verrà 700?

46 : 2 : : 700? 30 $\frac{20}{46}$.

Il quoziente sarà il tempo desiderato per macinar le suddette rubbia di Grano con tutte cinque le Macine. Se ne faccia la prova perchè la prima Macina farà rubbia 273 $\frac{23}{46}$, la seconda rubbia 182 $\frac{28}{46}$, la terza rubbia 121 $\frac{19}{46}$, la quarta ne farà rubbia 91 $\frac{14}{46}$, e la quinta rubbia 30 $\frac{20}{46}$; che in tutto sommano rubbia 700, la qual quantità di Grano appunto doveasi macinare.

Altro quesito = *Un Vecchio fu interrogato, quanti anni avesse? Rispose, averne tanti, che se a quelli, che ha, se ne aggiugnesse la metà, e poi dalla somma se ne levasse un quarto della somma medesima, ed inoltre vi s' aggiugnessero* 8 *anni, ne avrebbe* 98. *Cercasi, quanti anni avesse?* Questo quesito non si può sciorre per la regola di falsa posizione semplice, se prima non si levano quegli 8 anni aggiunti in fine. La ragione di ciò è chiara, giacchè i suddetti 8 anni non entrano nè nella metà, nè nel quarto, laonde sono fuori di regola. Leviamo dunque prima gli 8 anni aggiunti, e resteranno 90. Ciò eseguito, supponiamo falsamente, che avesse 16 anni. Aggiuntavi pertanto la metà, cioè 8 al detto 16, ne viene 24. Dalla somma di 24 leviamone un quarto, ch' è 6, e resta 18. Dopo per la più volte citata regola del Tre semplice diretta dicasi: se 18 venne dal numero falsamente supposto 16, da quanto verrà 90? Stendiamone l' esempio.

18 : 16 : : 90? 80.

Il quarto proporzionale sarà la quantità degli anni, che avea il *Vecchio*. Per farne la prova, aggiungasi all' 80 la metà, cioè 40, e sarà 120; levando dal medesimo 120 un quarto, cioè 30, resta 90; a cui aggiunto il numero 8 levato, fa 98, ch'era appunto il numero fisso proposto nel quesito.

Altro quesito = *Un Mercatante ha spesi scudi* 12, *baj.* 72 *nella compera di Pepe forte libbre* 45, *e di Pepe garofanato libbre* 69. *Il Pepe forte lo ha pagato per ogni libbra la metà più*

del Pepe garofanato. Cercasi, quanto costò una libbra di Pepe forte, e quanto una libbra di Pepe garofanato? Per isciorre detto quesito supponiamo falsamente, che una libbra di Pepe garofanato costi baj. 3, e per conseguenza una libbra di Pepe forte costi baj. 6. Ne segue perciò, che 45 libbre di Pepe forte costino scudi 2, baj. 70; e che 69 libbre di Pepe garofanato costino scudi 2, baj. 7, che in tutto sommano scudi 4, baj. 77. Ma si è detto disopra, che costano scudi 12, baj. 72. Dunque per la regola del Tre semplice diretta dicasi: se bajocchi 477 vennero dal numero 3 falsamente supposto, da quanto verranno bajocchi 1272? Ecco pertanto l'esempio.

477 : 3 : : 1272 ? 8.

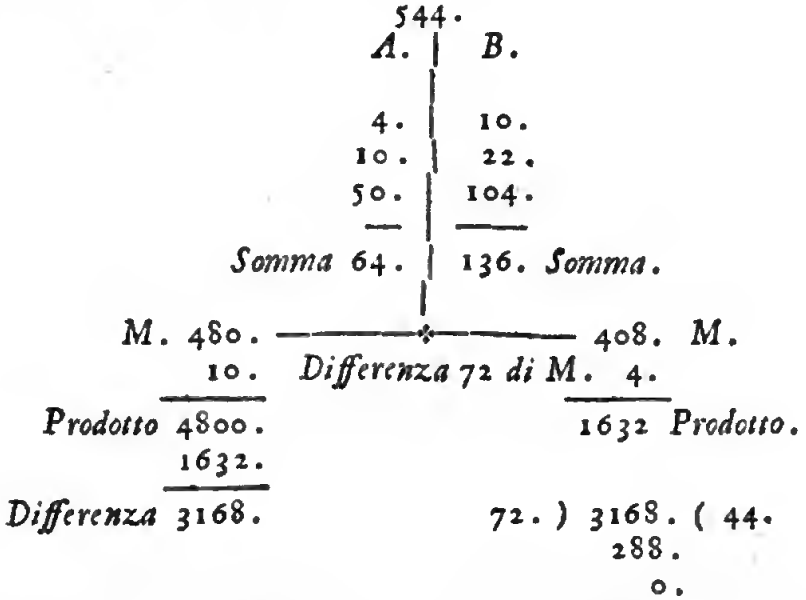
Il quarto proporzionale 8 sarà il prezzo del Pepe garofanato; e per conseguenza bajocchi 16 saranno il prezzo del Pepe forte per ogni libbra. Facciasene la prova, come nelle passate sperienze; e si operi pur così, poichè non si può giammai errare. Quì intanto si dà fine al presente Capitolo, credendo, che ognuno coll'esercizio potrà imparare assai più di quello si è insegnato, e specialmente coll'ajuto del Capitolo seguente, in cui ritrovansi delle belle cose, e si sciolgono dubbj oscurissimi.

CAPITOLO XXV.

DELLA REGOLA DI FALSA POSIZIONE COMPOSTA.

Questa regola *di falsa posizione doppia*, o *composta*, sembrami, che più facilmente possa spiegarsi con un esempio, e meglio che in altro modo; laonde prima di tutto sarà bene quì porre il seguente quesito = *V'è una quantità di denaro, cioè 544 scudi, da partirsi in tre Persone. Il secondo ne dee avere il doppio del primo, e poi 2 di più. Il terzo dee averne il triplo del primo, e del secondo insieme, e poi 8 di più. Quanti scudi dunque dovrà avere il primo, quanti il secondo, e quanti il terzo?* In questo quesito ciascuno chiaramente vede, doversi cercar tre numeri, il secondo de' quali contenga il primo due volte, e poi 2 di più, ed il terzo contenga il primo, ed il secondo tre volte, e poi 8 di più. Supponiamo pertanto, (ecco il primo falso supposto), che il primo debba prender 4 scudi; dunque il secondo dee prenderne 10, perchè gli tocca prenderne due volte di più del primo, cioè 8, e poi 2 di più, che fanno 10. Il primo, ed il secondo in tutto ne prendono 14; dunque il terzo ne dee prender 50, perchè

gli convien prendere il triplo del primo, e del secondo, cioè 42, e poi 8 di più, che fanno 50; onde in tutti tre ne prenderanno 64. Segneremo il termine del primo, che è 4, in *A* nella figura seguente; dipoi sotto 10:50:64. Quì però non dovea re-star 64, ma bensì 544; dunque abbiam noi errato di 480. Quest errore perciò di 480 lo segneremo sotto il 64; e siccome l'errore è di *meno*, segnasi colla lettera *M*. Poi di nuovo supporremo falsamente, (ecco



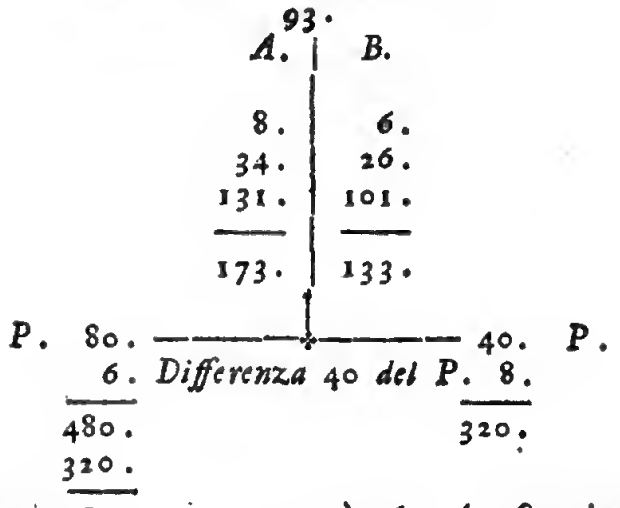
Il secondo falso supposto), che il primo debba prender 10, e questo 10 lo segneremo sotto il *B*. Il secondo ne dovrà prender 22, perchè dee prendere il doppio del primo, che è 20, e poi 2 di più, che fanno 22, e si segnerà 22 sotto il 10. Il terzo ne dovrà prender 104, perchè dee prendere il triplo del primo, e del secondo, cioè 96, e poi 8 di più, che fanno 104; onde si segnerà 104 sotto il 22. Si sommeranno poscia questi tre Capitali, cioè 10 : 22 : 104, che in tutto fanno 136. Ma dovea esser 544; dunque abbiamo errato di 408. Quest'errore 408 lo segneremo sotto il 136 da parte; e perchè l'errore è di *meno*, segnasi colla lettera *M*, siccome colla medesima lettera *M* si è segnato ancora 480, che era il primo errore. Se poi fosse di più, allora segnasi colla lettera *P*, poichè, siccome *M* per nostra intelligenza significa *Meno*, così *P* dovrà significar *Più*. Imperocchè, se tutti due gli errori sono *meno*, o sono *più*, usasi una

regola; se poi uno è *più*, e l'altro è *meno*, vi vuole un'altra regola, come si dirà in appresso. Segnati pertanto i due errori suddetti, deesi trovar la differenza, che passa tra l'uno, e l'altro errore, (e ciò si fa colla sottrazione); la qual differenza nel caso presente è 72, che segnasi in mezzo. Dopo conviene moltiplicar l'errore 480 posto in *M* sotto l'*A* col numero falsamente supposto in *B*, che è 10, ed avremo di prodotto 4800. Dipoi bisogna moltiplicar l'altro errore 408 posto in *M* sotto il *B* col numero falsamente supposto in *A*, che è 4, ed avremo di prodotto 1632. Avuti questi due prodotti, deesi sottrarre il minore dal maggiore, cioè 1632 da 4800, ed avremo di differenza 3168. Questa differenza 3168 convien dividerla per la prima differenza degli errori, che fu 72; onde il quoziente 44 è il denaro, che competesi al primo. La prova si fa, come nel Capitolo passato, e perciò non v'è quì bisogno di spiegarla.

Coll'istesso metodo potrebbesi trovare ancora ciocchè si compete al secondo, moltiplicando l'errore posto in *B* col secondo numero falsamente supposto in *A*, che fu 10; e moltiplicando parimente l'altro errore posto in *A* col secondo numero falsamente supposto in *B*, che fu 22. Operando dipoi senza mutar cos'alcuna, come si è praticato disopra, avrassi per secondo termine ciocchè competesi alla seconda Persona, cioè 90.

Inoltre, se si moltiplicheranno nell'istess'ordine i terzi numeri falsamente supposti con gli errori, operando, come in addietro, troverassi il denaro, che competesi al terzo, cioè 410, che in tutto sommano scudi 544, i quali compongono il denaro da partirsi nel quesito proposto.

Porrò quì un altro esempio per maggior dilucidazione, ed affinchè possa esser meglio intesa questa regola tanto necessaria per isciorre i dubbj. *Sieno da dividersi 93 scudi in tre Persone col seguente ordine. Il secondo prenda il quadruplo del primo, e poi 2 di più. Il terzo prenda il triplo del primo, e del secondo, e poi 5 di più. Cercasi, quanto dovrà aver ciascuno?* Nello scioglimento del presente quesito supponiamo falsamente, (ecco il primo falso supposto), che il primo debba prendere 8 scudi; dunque il secondo ne dovrà prender 34, perchè gli si dee il quadruplo del primo, che è 32, e poi 2 di più, che fanno 34; il terzo poi dovrà prenderne 131, perchè dee avere il triplo del primo, e del secondo, cioè 126, e poi 5 di più, che fanno 131. Ciò fatto, secondochè vedesi nella seguente figura, si segnerà in *A* 8,



Differenza 160. 40.) 160. (4 *Quoziente*.

e sotto porrassi 34, e dipoi 131. Tirata in appresso una lineetta, farassene la somma, e dipoi confrontata la somma 173 col numero fisso 93, troveremo l'errore di 80. Quest'errore si segnerà in disparte vicino al 173; e perchè l'errore medesimo è superiore al numero fisso 93, lo segneremo colla lettera P. Di nuovo supporremo falsamente, (ecco il secondo falso supposto), che il primo debba prender 6 scudi; dunque il secondo dovrà prenderne 26, perchè aver dee il quadruplo del primo, cioè 24, e poi 2 di più, che fanno 26; e conseguentemente il terzo ne dovrà prender 101, perchè dee avere il triplo del primo, e del secondo, cioè 96, e poi 5 di più, che fanno 101. Ciò fatto, segneremo in B il 6 numero falsamente supposto, e di sotto 26; indi 101. Finalmente, tirata una lineetta, faremo la somma de' tre numeri falsamente supposti, cioè di 6 : 26 : 101, che faranno 133. Secondo però il numero fisso proposto, dovea restar 93; dunque abbiamo errato di 40. Segneremo perciò quest'errore sotto il 133 da parte; e siccome il numero dell'errore è superiore al 93, così lo noteremo colla lettera P. Ciò eseguito, troveremo, conforme nella sperienza passata, la differenza tra' due errori, cioè tra 80, e 40, la qual differenza è 40, che si segnerà in mezzo, come vedesi nella soprapposta figura. Ora deesi moltiplicare il primo errore 80 col secondo falso supposto in B, che è 6, ed avremo di prodotto 480, come notato si vede nella figura suddetta. Deesi poscia moltiplicare il secondo errore 40 col primo falso supposto, che è 8 segnato in A,

ed avremo di prodotto 320, come nella figura medesima. Inoltre il prodotto minore de' suddetti due errori così moltiplicati deesi sottrarre dal prodotto maggiore dell'altro errore; cioè bisogna sottrarre 320 da 480, e la differenza 160 dividerla per 40 differenza degli errori, ed avremo di quoziente 4. Questo quoziente 4 è la porzione del primo. Se ne faccia la prova, e troverassi, che il secondo dee aver 18 scudi, ed il terzo 71, che in tutto sommano 93, qual era appunto il numero fisso proposto nel quesito.

Potrebbesi trovare ancora la quantità del secondo, e del terzo, operando, conforme fu insegnato nella sperienza passata, cioè col moltiplicar l'errore 80 pel secondo falso supposto in *B*, che competesi al secondo, che è 26, ed avremmo di prodotto 2080. E dipoi moltiplicando il secondo errore 40 col secondo falso supposto in *A*, cioè 34, che competesi al secondo, avrebbesi di prodotto 1360. Questo prodotto minore deesi sottrarre dal maggiore, e resterà di differenza 720, e questa divisa per l'altra differenza degli errori, che è 40, darà di quoziente 18, il qual quoziente sarà la porzione del secondo. Coll'istess'ordine parimente trovasi la porzione del terzo. Si moltiplica il primo errore 80 pel terzo falso supposto in *B*, cioè 101, che competesi al terzo, ed avrassi di prodotto 8080. Moltiplicasi dipoi il secondo errore 40 col terzo falso supposto in *A*, cioè 131, che competesi al terzo, e si avrà il prodotto 5240. Questo prodotto minore deesi sottrarre dal maggiore 8080, e ne verrà la differenza 2840, la qual differenza convien dividersi per la differenza degli errori, che è 40, ed avrassi di quoziente 71; e questo quoziente 71 sarà la porzione dovuta al terzo. In siffatta guisa sempre si opererà, quando per questa via vorrà trovarsi la porzione, che competesi al secondo, ed al terzo, senza poter errare, e così ancora bisogna operare, allorchè ambedue gli errori sono di *più*, o di *meno* del numero fisso. Quando poi uno degli errori è *più*, e l'altro è *meno*, opererassi, come nel seguente.

Quesito = *Trovinsi tre numeri, il secondo de' quali contenga il primo due volte, e poi 4 di più, il terzo contenga una volta il primo, ed il secondo, e poi 6 di più; ma in tutto sommino 56.* Per isciorre detto quesito, prima supponiamo falsamente, che il primo numero sia 8; dunque il secondo sarà 20, perchè dee contenere il primo due volte, cioè 16, e poi 4 di più, che fanno 20; il terzo poi dovrà esser 34, perchè dee contenere il primo,

56.

A.	B.
8.	5.
20.	14.
34.	25.
62.	44.

P. 6. —— 12. M.

5. *Somma* 18 *di* P.M. 8.

30. 96.

96.

Somma 126. 18.) 126. (7 *Quoziente.*

ed il secondo, cioè 28, e poi 6 di più, che fanno 34. Si segnerà in A il numero falsamente supposto 8, sotto cui segnerassi 20, ed inoltre 34. Dipoi tirata una lineetta, si sommeranno i detti tre numeri, che faranno 62. Dovea però restar 56; dunque abbiamo errato di 6; onde segneremo 6 sotto il 62 in disparte, e perchè l'errore è stato di *più*, si segnerà il detto 6 colla lettera P, come osservasi nella soprapposta figura. Supporremo falsamente inoltre, che il primo numero sia 5; dunque il secondo sarà 14, perchè dee contener due volte il primo numero, che fanno 10, e coll' aggiunta del 4 di più sono 14; il terzo numero poi sarà 25, dovendo contenere una volta il primo, ed il secondo numero, che fanno 19, e poi col 6 di più sono 25. Dopo ciò segneremo sotto il B i detti tre numeri, cioè prima il 5, poscia il 14, e finalmente il 25; e fattavi sotto una lineetta, si sommeranno, e ne verrà di somma 44. Dovea però la detta somma esser 56; onde abbiamo errato di 12. Segneremo pertanto quest' errore sotto il 44 da parte, e perchè l'errore è *meno* del numero proposto, lo noteremo colla lettera M. Finora abbiamo operato, come nelle passate sperienze. Nel rimanente però l' operazione è diversa, perchè gli errori non sono ambedue superiori, o inferiori al numero fisso; ma uno è superiore, e l'altro è inferiore. Laonde in tal caso farassi così. Si sommino insieme gli errori 12, e 6, che fanno 18, conforme vedesi notato nella figura. Ciò fatto, si moltiplicherà il primo errore posto in A segnato nella lettera P, che è 6, col secondo falso supposto in B, che è 5, ed avremo

di prodotto 30. Moltiplicheremo dipoi il secondo errore posto in *B*, e segnato nella lettera *M*, ch'è 12, coll' 8 primo numero falsamente supposto in *A*, ed avremo di prodotto 96. Ora i prodotti di questi due errori, cioé 96, e 30, debbonsi sommare insieme, e faranno 126. Vedasi la soprapposta figura. Detta somma 126 deesi finalmente divider per 18 somma degli errori, ed avremo di quoziente 7, il quale sarà il primo numero. Se ne faccia la prova, perché in tal caso il secondo dee averne 18, ed il terzo 31, che in tutto sommano 56, ch'era appunto il numero fisso proposto nel quesito. Così sempre dovrassi operare, allorché degli errori uno è *più*, e l'altro é *meno*.

Abbiamo spiegati tutt' i modi d' usar la regola di falsa posizione composta. Ora porremo quì alcuni quesiti particolari, per far veder la sua grande utilità.

Quesito I. *Trovinsi tre numeri, il primo de' quali aggiunto al* 15 *faccia il doppio degli altri due; il secondo aggiunto al medesimo* 15 *faccia il triplo degli altri due, cioè del primo, e del terzo; e finalmente il terzo aggiunto al suddetto* 15 *faccia il quintuplo degli altri due, cioè del primo, e del secondo.* Questa é una questione intrigatissima, né vi vogliono meno di tre operazioni per iscioglierla. Supponiamo dunque, che il primo numero sia 3, che unito al 15 faccia 18. Questo 18 dee essere il doppio degli altri due numeri, cioè del secondo, e del terzo; dunque questi due numeri, cioè secondo, e terzo, in tutto debbono sommar 9, che è la metà di 18.

Esempio 3. | *principale.*

In quest'esempio principale poniamo per ora solamente il primo falso supposto, e secondochè vi si porranno i numeri, lo richiameremo. Porremo ancora altri esempj meno principali, per proseguir l'operazione. Supposto dunque, che il primo numero sia 3, che unito al 15 fa 18, la cui metà, è 9, ne viene, che la somma del secondo, e del terzo debba esser 9. Ora deesi supporre di questo 9 qual sia il secondo numero, e quale il terzo. Supponiamo pertanto, che il secondo sia 4, ed il terzo 5; onde quì deesi far la figura, che chiameremo *esempio meno principale*.

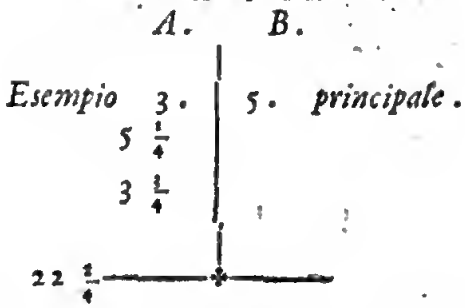
Esempio meno 4. | 5. *principale.*
5. | 4.

P. 5. ——— ✣ ——— 1. P.
4.

5. 4.
25. 4.
4.

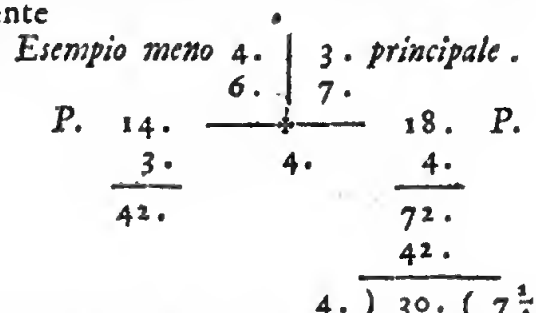
4.) 21. ($5\frac{1}{4}$

Segneremo 4 a capo della figura, e quello sarà il secondo numero, sotto cui dovrassi segnare il terzo numero, che è 5. Poi diremo: 4 secondo numero aggiunto al 15 fa 19, Questo 19 esser dee il triplo del primo, e del terzo numero, che è 3, siccome fu supposto daprincipio. Il terzo numero è 5 posto nell' addotta figura sotto il 4. Ma 5, e 3 fanno 8, il triplo del quale è 24, e noi ne abbiamo 19; dunque abbiamo errato di 5, e questo errore si segnerà sotto il 5 medesimo. Supponendo perciò, che il secondo numero sia 5, per conseguenza il terzo sarà 4, poichè tra tutti due debbono far 9. Ciò presupposto, il secondo numero, che è 5, unito col 15 fa 20, il qual 20 dee esser triplo del primo, e del terzo numero, cioè del 3, che è il primo supposto principale, e del 4, che fanno 7. Ma il triplo di 7 è 21, ed il numero è 20; dunque abbiamo errato di 1, e quest' errore segnerassi sotto il 4. Dopo si opererà nel modo insegnato nelle passate sperienze. Troveremo la differenza degli errori, che è 4. Moltiplicheremo l'errore 1 col primo supposto 4; dipoi moltiplicheremo l'errore 5 col secondo supposto 5, ed avremo di prodotto 25; dal qual prodotto levato il primo prodotto 4, resterà di differenza 21. Questa differenza 21 divisa per la differenza degli errori, che è 4, darà di quoziente $5\frac{1}{4}$, il qual quoziente $5\frac{1}{4}$ è il secondo numero. Ora per andare a 9, che è la metà del supposto principale di 3, che unito al 15 fa 18, ne mancano $3\frac{1}{4}$. Questa mancanza di $3\frac{1}{4}$ è il terzo numero da scriversi nell' esempio principale; e perciò così scriveremo detti numeri..



Nell' esempio principale ora scritto, come chiaramente vedesi, il secondo numero, cioè $5\frac{1}{4}$, che unito al 15 fa $20\frac{1}{4}$, è il triplo del primo, e del terzo numero, cioé del 3, e del $3\frac{1}{4}$, che fanno $6\frac{1}{4}$, perchè tal numero prodotto per 3 fa $20\frac{1}{4}$. Ma il terzo numero, cioè $3\frac{1}{4}$, che unito al 15 fa $18\frac{1}{4}$, non è quintuplo del primo, e del secondo, cioè di 3, e di $5\frac{1}{4}$, che in tutto sommano $8\frac{1}{4}$, perchè moltiplicato $8\frac{1}{4}$ per 5 fa $41\frac{1}{4}$ da cui sottratto $18\frac{1}{4}$, troveremo esser l'errore $22\frac{1}{4}$; il qual errore segneremo da parte sotto il $3\frac{1}{4}$, come vedesi in *a* della figura principale retroscritta.

Ciò fatto, di nuovo supporremo, che il primo numero sia 5, che aggiunto al 15 fa 20; dunque il secondo, ed il terzo sommati insieme debbono far 10; perocchè il 20, cioè il primo unito al 15, dee essere il doppio del secondo, e del terzo. Ciò presupposto, principalmente supporremo, che il secondo numero sia 4, e per conseguenza il terzo sia 6, perchè il secondo, ed il terzo numero debbono far 10, che è la metà di 20, come scorgesi nel seguente



Ora deesi vedere, se il secondo numero, che unito al 15 fa 19, sia il triplo del primo, e del terzo, cioè del 5 secondo falso supposto principale, e del 6 terzo numero, che fanno 11. Ma il triplo di 11, cioè 3 via 11 fa 33, e noi abbiamo, che 4 unito al 15 fa 19; dunque abbiamo errato di 14. Quest' errore 14 per-

tanto si segnerà sotto il 6 in disparte. Supposto dunque, che il secondo numero sia 3, per conseguenza il terzo numero sarà 7, poichè il secondo, ed il terzo numero sommati insieme debbono far 10 metà di 20. Ciò fatto, il 3 secondo numero, che unito al 15 fa 18, dee essere il triplo del primo, ch' è 5, e del terzo, che è 7. Ma il triplo del primo, e del terzo numero, che sommati insieme fanno 12, non è 18, bensì è 36; dunque abbiamo errato di 18. Segneremo perciò 18 sotto il 7 da parte. In avvenire si opererà, come nelle passate sperienze. Primieramente troverassi la differenza tra' due errori, che è 4. Dipoi moltiplicheremo l'errore 18 pel secondo numero falsamente supposto in primo luogo, che è 4, ed avremo di prodotto 72. Inoltre moltiplicherassi l'errore 14 pel secondo numero falsamente supposto in secondo luogo, cioè 3, e si avrà di prodotto 42. Di questi due prodotti si sottrerrà il minore dal maggiore, cioè 42 da 72, ed avremo di differenza 30; la qual differenza 30 dee esser divisa per l'altra differenza degli errori, che è 4; onde avremo di quoziente $7\frac{1}{2}$. E perchè questo quoziente $7\frac{1}{2}$, sarà il secondo numero, per conseguenza il terzo numero sarà $2\frac{1}{2}$, poichè il secondo, ed il terzo numero sommati insieme debbono far 10 metà di 20. Ora questo secondo numero $7\frac{1}{2}$ unito al 15 fa $22\frac{1}{2}$, che é il triplo del primo, e del terzo numero, cioé di 5, e di $2\frac{1}{2}$, che fanno $7\frac{1}{2}$, che moltiplicato per 3 fa $22\frac{1}{2}$. Segneremo dunque nell'esempio principale in B sotto 5 il secondo numero $7\frac{1}{2}$, e sotto il secondo numero segneremo ancora il terzo numero $2\frac{1}{2}$. Il primo numero pertanto, cioé 5, unito al 15 é il doppio del secondo, e del terzo numero; il secondo numero, cioé $7\frac{1}{2}$, unito al 15 é il triplo del primo, e del terzo numero. Deesi ora vedere, se il terzo numero, cioé $2\frac{1}{2}$, che unito al 15 fa $17\frac{1}{2}$, sia il quintuplo del primo, e del secondo numero, che sommati insieme fanno $12\frac{1}{2}$. Ma $12\frac{1}{2}$ moltiplicato per 5 fa $62\frac{1}{2}$; dunque $62\frac{1}{2}$ é il quintuplo di $12\frac{1}{2}$, e non il $17\frac{1}{2}$; onde noi abbiamo errato di 45. Segneremo perciò quest'errore 45 sotto il $2\frac{1}{2}$ da parte, come vedesi nel seguente esempio principale.

A. B.

Esempio 3. | 5. *principale*.

$5\frac{1}{4}$ | $7\frac{1}{2}$

$3\frac{1}{4}$ | $2\frac{1}{2}$

P. $22\frac{1}{2}$ — $22\frac{1}{2}$ — 45. P.

5. 3.

110. 135.

$2\frac{1}{2}$ $112\frac{1}{2}$

E. $112\frac{1}{2}$ $22\frac{1}{2}$) $22\frac{1}{2}$ (1 *Quoziente*.

$22\frac{1}{2}$ 45.

$7\frac{1}{2}$ F. $5\frac{1}{4}$

154. 225.

11. $11\frac{1}{4}$

$3\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ $236\frac{1}{4}$

$168\frac{3}{4}$ $168\frac{3}{4}$

$22\frac{1}{2}$) $67\frac{1}{4}$ (3 *Quoziente*.

$22\frac{1}{2}$ 45.

$2\frac{1}{2}$ G. $3\frac{1}{4}$

44. 135.

11. $33\frac{3}{4}$

$1\frac{1}{4}$ $168\frac{3}{4}$

$56\frac{1}{4}$ $56\frac{1}{4}$

$22\frac{1}{2}$) $112\frac{3}{4}$ (5 *Quoziente*.

Tutto il restante operasi nell' esempio principale, come nelle passate sperienze. Trovasi prima la differenza tra' due errori, cioé

tra 45, e $22\frac{1}{2}$; la qual differenza sarà $22\frac{1}{2}$. Poi moltiplicasi l'errore 45 pel primo falso supposto, cioé 3, ed avrassi di prodotto 135. Moltiplicasi inoltre l'errore $22\frac{1}{2}$ pel secondo falso supposto 5 e si avrà di prodotto $112\frac{1}{2}$. Finalmente, trovatasi la differenza tra questi due prodotti, si avrà $22\frac{1}{2}$; la qual differenza de' prodotti divisa per la differenza degli errori, avrassi di quoziente 1, e questo sarà il primo numero. Il tutto vedesi in *E*.

Conviene ora trovare il secondo numero, il quale potrebbesi trovar colla prova; ma siccome questa recherebbe troppo stordimento, così lo ritroveremo coll'ordine medesimo, con cui si é trovato il primo, conforme osservasi in *F*. Moltiplicherassi dunque l'errore 45 pel secondo numero in *A*, cioé $5\frac{1}{4}$, ed avrassi di prodotto $236\frac{1}{4}$. Poi moltiplicheremo l'errore $22\frac{1}{2}$ pel secondo numero in *B*, cioè $7\frac{1}{2}$, ed avrassi di prodotto $168\frac{1}{4}$. Inoltre trovata la differenza tra questi due prodotti, che è $67\frac{1}{2}$, dividesi la medesima differenza per la differenza degli errori $22\frac{1}{2}$, ed avrassi di quoziente 3, il quale sarà il secondo numero.

Deesi trovar finalmente il terzo numero, di cui si fa l'operazione in *G*. Moltiplicheremo dunque l'errore 45 pel terzo numero in *A* $3\frac{1}{4}$, ed avremo di prodotto $168\frac{1}{4}$. Dipoi moltiplicheremo l'errore $22\frac{1}{2}$ pel terzo numero $2\frac{1}{2}$ posto in *B*, ed avremo di prodotto $56\frac{1}{4}$. Dopo trovata la differenza tra questi due prodotti, che è $112\frac{1}{2}$, la divideremo per la differenza degli errori $22\frac{1}{2}$, ed avremo di quoziente 5, il quale sarà il terzo numero. Dunque il primo numero sarà 1, il secondo 3, il terzo 5.

Facciamone la prova. Il primo numero unito al 15, conforme dice la questione, fa 16 doppio del secondo, e del terzo. Il secondo numero unito al 15 fa 18 triplo del primo, e del terzo. Il terzo finalmente unito al 15 fa 20 quintuplo del primo, e del secondo. Con quest'ordine sempre dovransi sciorre consimili quesiti. Vi vuole, è vero, della fatica; ma non si può fare altrimenti.

QUESITO II. *Un Maestro di Scuola ha tanti Scolari, che, se ciascuno pagherà scudi 5, gli mancheranno scudi 30 per comperar la Casa d' abitare; ma, se ciascuno di essi pagherà scudi 6, gli avanzeranno scudi 40 oltre il prezzo di detta Casa. Si cerca ora, quanti sieno gli Scolari, e quale sia il prezzo della Casa?* Per iscioglière il detto quesito, non s'ha a fare altro, sennonse trovare un

numero, che moltiplicato per 5, coll'aggiugner 30 al prodotto, faccia la medesima somma, che farebbe l'istesso numero trovato, se moltiplicato per 6 si leverà 40 dal prodotto. Supponiamo, che gli Scolari sieno 10. Moltiplicheremo 10 per 5, ed avremo di prodotto 50, al qual prodotto aggiunto 30, fa 80. Vediamo ora, se avanzino 40, cioè se moltiplicando il medesimo 10 per 6 faccia 120. Ma il 10 moltiplicato per 6 fa 60, e non 120; dunque abbiamo errato di 60. Segneremo perciò l'errore 60 sotto il 10 da parte.

```
                10.  |  15.
                     |
M.  60.  ------------+------------  55.  M.
    15.              5.            10.
   ---                              ---
   300.                            550.
    60.
   ---
   900.
   550.
   ---
5.) 350.  ( 70.
     00.
```

Supponiamo di nuovo, che gli Scolari sieno 15. Moltiplicheremo 15 per 5, che fa 75, al qual prodotto aggiunto 30, farà 105. Vediamo ora, se il medesimo 15 moltiplicato per 6 faccia 105, con 40 di più, cioè 145. Ma siccome il 15 moltiplicato per 6 fa 90, e non 145; così si è errato di 55. Quest' errore 55 si segnerà sotto il 15 da parte. Poi si troverà la differenza degli errori, ch'è 5, ed il tutto opererassi secondo la regola *di falsa posizione doppia;* onde si troverà, che gli Scolari erano 50, e che la Casa costava scudi 380; perocchè 70 moltiplicato per 5 fa 350, ed aggiuntovi 30, fa 380. Inoltre 70 moltiplicato per 6 fa 420, e da 420 levato 40, resta 380. Il tutto vedesi nella figura.

Quì lascio di proporre alcun altro quesito per maggior dilucidazione delle regole sopraddette, parendomi, che possano bastare gli addotti. Chi poi bramasse sapere altre molte cose spettanti non solamente al presente Capitolo, ma che versano sovra tutta l'Aritmetica, potrà legger *Cristoforo Claudi*, ed altri celebri Autori, i quali nel nostro Secolo non mancano, e che eccellentemente, e diffusamente hanno trattato d'Aritmetica, e fra questi l'*Alberti* di Bologna, ec.

CAPITOLO XXVI.

DELLA FORMAZIONE DE' LIBRI PE' MINISTRI, FATTORI, ED ALTRI, CHE HANNO L' AGENZIA D'UNA CASA.

Perchè il più delle volte accade, che una Persona pongasi allo studio dell'Aritmetica non per solo piacere, ma per poi, dopo d'averla ben imparata, poter col mezzo di questa scienza procacciarsi onestamente il vitto. Il solo saper l'Aritmetica poco, o nulla rileva, quando poscia non sappiasi passar dalla teorica alla pratica di essa senza timor di errare, cioè applicar ne' bisogni, e specialmente nelle cose utili, e necessarie la già imparata Aritmetica. Essendomi dunque per unico mio scopo propostomi fin dal principio di questa mia Opera di recar quel giovamento, che per me fia possibile, a tutte quelle Persone, che vorranno approfittarsene, non voglio mancare in questo Capitolo d'insegnar la pratica di que' Libri, che dovrà tenere un Ministro, o Fattore, od altre Persone, che amministrano l'Entrata, e l'Esito d'una Casa. Quanto dovrò insegnare nel presente Capitolo é a mio parere, la materia più necessaria di quante finora abbia io trattate. Imperciocchè, per esser malamente piantati i Libri dell'Amministrazione, i poveri Ministri benespesso commettono qualch'errore, o almeno pare, che lo commettano, essendo talora tali, e tante le confusioni, ch'essi medesimi non se ne sanno disbrigare. Laonde vengono tacciati da' rispettivi Padroni per defraudatori, e discacciati dal loro servizio con danno notabile sì della fama, e riputazione, come ancora della Famiglia, che sostentano col dovuto salario; e talvolta di più vengono costretti a pagar del proprio le confusioni innocentemente, e senza danno veruno commesse. Per ajutar dunque i Ministri, o Fattori, ed anche gli stessi Padroni, in compimento della mia *Aritmetica* ho voluto quì porre una breve pratica intorno alla formazione de' loro Libri, la quale toglierà non solo la confusione, e gli errori, che possono accadere, ma darà ancora tutta la chiarezza per l'Entrata, e per l'Esito, che dovrà passar per le lor mani, quando però saranno diligenti in iscriver tutto. Che anzi, se mai accadesse qualch'errore, a cui ognuno è non di rado soggetto, potrà facilmente avvedersene, ed emendarlo.

Per venir dunque al proposto intento, convien riflettere, che quattro sono le cose, che passano per mano de' Ministri, o Fat-

tori, cioè *Bestiame* per le Possessioni, *Raccolto* delle Possessioni, *Spese giornali* per la Casa de' loro Padroni, ed il *Debito*, e *Credito*, che hanno i loro Padroni. Quindi è, che di quattro Libri appunto abbisogna principalmente, ed indispensabilmente un Fattore; nel primo de'quali dovrassi segnare il *Bestiame*, nel secondo il *Raccolto*, nel terzo le *Spese giornali*, e nel quarto i *Debiti*, e *Crediti*, come si spiegherà in appresso.

Oltre i quattro nominati Libri, ve ne vogliono altri due, in uno de'quali riporterassi tutta l'Entrata a denaro, e nell' altro tutto l'Esito parimente a denaro. A quest' uffizio però potrebbe bastare un sol Libro, il quale diviso in mezzo con un cartello nel margine formerà due parti. In una di queste si riporterà, come sopra, tutta l'entrata a denaro, e nell'altra tutto l'Esito similmente a denaro. Le Partite di questo Libro segneransi così. Nel margine a mano sinistra fatto il Numero dell' ordine della Partita, si dirà: *Addì.... 1774. Entrano per Rubbia 7 di Grano venduto, come al suo Libro a c. 38 n.° 5.* ℔ ⚌ : ⚌ : ⚌. Quell' *a.* denota a quante, e *c.* carte del Libro del Grano è stata presa questa Partita. Il *n.°* 5. poi indica, qual Partita sia di quella carta. Questo Numero in tutte le Partite sarà segnato nel margine, come si è detto, a mano sinistra, siccome a mano destra dee sempre esser segnato il denaro, conforme si spiegherà meglio nella pratica. Detto Libro lo chiameremo *Esito*, o *Entrata maggiore*, o *generale*.

Sia dunque preparato un Libro, in cui abbiasi a segnare il *Bestiame* delle Possessioni, le quali supporremo, che sieno tre, nominate *A*, *B*, *C*. Questo Bestiame non deesi segnar confusamente, ma separatamente Possessione per Possessione. Per esempio, il Bestiame della Possessione *A* dee esser separato dal Bestiame delle Possessioni *B*, e *C*. Il Bestiame della Possessione *A*, quando si compera, dee esser segnato nella prima facciata del Foglio; e quando si vende, dee esser segnato nella dicontro facciata; cosicchè aprendo il Libro, nella prima facciata siavi il Bestiame comperato, e nella seconda il Bestiame venduto. A capo della facciata si scriverà ⚌ *Bestiame esistente nella Possessione A. 1774* ⚌. Nell' altra facciata poi a capo parimente scriverassi ⚌ *Esito del Bestiame della dicontro Possessione A. 1774* ⚌. In ciascuna delle facciate a mano sinistra dee restare il margine grande, per potervi scrivere il Numero marginale; perocchè ad ogni Partita nel margine convien premettersi il suo Numero per ordi-

ne numerico, cioè alla prima 1., alla seconda 2. alla terza 3., e così di mano in mano, fintantochè sia piena la facciata; e dovendosi scrivere in un'altra facciata, sempre ricominciasi dal Numero 1. nel margine. Quando si compra il Bestiame, dovrassi segnar così. Nel margine prima si scriverà il Numero, che supponiamo sia 3, per essere la terza Partita, dipoi proseguesi con quest' ordine = *Addì* 5 *Agosto* 1774. *fu comperato un pajo di Buoi alla Fiera di Fermo pel prezzo di* ₤ 56., *come all' Esito a c.... n.°... Dico* — — — — — — — — — — — — ₤ 56 : = : =.

Se nella suddetta compera il Colono avesse posta la sua porzione per la metà, dovrebbesi così segnar la detta Partita = *Addì* 5. *Agosto* 1774. *fu comperato un pajo di Buoi alla Fiera di Fermo pel prezzo di* ₤ 56., P.D. ₤ 28., *come all' Esito a.c.... n.°.... Dico* — — — — — — — — — — — — ₤ 28 : = : =.

Quelle due lettere P. D. significano, cioè P. *Parte*, e D. *Domenicale*. Osservisi la pratica nel decorso di questo Capitolo, per ben intendere quanto quì s'insegna. Affinchè poi il Libro venga pulito, si tireranno a mano destra di ciascuna facciata tre linee col Piombo, oppure col *Lapis*; onde formerannosi tre colonne, la prima per segnarvi gli scudi, la seconda i bajocchi, e la terza i quattrini. Si tirerà ancora un'altra linea nel margine a mano sinistra per segnarvi i Numeri marginali, come il tutto vedrassi in pratica dentro il presente Capitolo.

Allorchè poi vendesi il Bestiame, si dee scrivere nella facciata dicontro alla compera. Per esempio, se venduto si fosse il suddetto pajo di Buoi, scriverassi nel margine il numero (supponiamo, che sia 5.), cioè *N.°* 5. Dipoi segnasi = *Addì* 25. *Settembre* 1774. *fu venduto il dicontro pajo di Buoi al n.° 3 pel prezzo di* ₤ 68 *alla Fiera di Jesi, Capitale, e lucro di* P. D., *come all' Entrata a. c.... n.°.... Dico* — — — — ₤ 68 : = : =.

Siccome per ogni volta che si compera il Bestiame, potrebbesi riportare il suo prezzo all' *Esito generale*, così ancora per ogni volta, che si vende, il prezzo ritrattone potrebbesi riportare all' *Entrata generale*. Ma, perchè non costumasi riportare il Bestiame al Libro dell' *Entrata*, *ed Esito generale*, sennonse nel fine dell' Anno, perciò nel medesimo Libro del *Bestiame* dovranno esservi altre due Partite, in una delle quali si riporterà tutto il Bestiame comperato, e nell' altra tutto il Bestiame venduto di tutte le Possessioni; e nel fine dell' Anno fatta la somma dell' Esito, e dell' Entrata del Bestiame, il di più in Entrata,

o in Esito dovrassi riportare al Libro generale, conforme si vedrà nella prima pratica *del Bestiame*. Questo Piano patisce qualche difficoltà. Ciò si dimostrerà nella suddetta prima pratica *del Bestiame*, dopo la quale darò un altro Piano più giusto, ed esatto. Intanto però non ho voluto tralasciar questo Piano, per essere da non pochi praticato, come il più facile ad intendersi, e ad eseguirsi. Nella pratica dell'*Entrata generale in Bestiame* dovrassi riportare il Bestiame venduto, e si scriverà così = *N.° 6. Addì 25. Settembre 1774. entrano per vendita d'un pajo* di *Buoi, che si tenevano dal Colono* A., *come in questo Libro a. c.... n.°... Dico* — — — — — — — — — — — — ℛ 58 : = : =. In questa guisa ancora nella medesima Partita si riporteranno tutte le altre Partite del Bestiame venduto da tutt'i Coloni.

Finita una delle due facciate del Bestiame della Possessione *A*, deesi trasportare il Bestiame esistente in altra facciata non impedita; ma dovrassi trasportar solamente quel Bestiame esistente in detta Possessione, e non il Bestiame, che già sarà stato esitato. Col Bestiame medesimo trasporterassi ancora il prezzo di quanto fu pagato, secondochè si vedrà nella prima pratica *del Bestiame*. Nella facciata dunque, ove si trasporta il suddetto Bestiame, scrivasi da capo = *Bestiame esistente nella Possessione* A. 1774. = E poi sotto = *N.1.° Un pajo di Buoi tolto in questo a.c.... n.°* ... ℛ = : = : =. Accadendo poi, che il Libro fosse nuovo, perchè nel Libro vecchio non vi fosse più carta bianca, dovrassi scriver così = *N.° 1. Un pajo di Buoi tolto al Libro del vecchio Bestiame a.c.... n.°* ... ℛ = : = : =.

Talora addiviene, che nelle Possessioni non v'è il Bestiame a frutto, ma a stima; e ciò accade, allorchè un Colono novellamente entra nella Possessione già piena di Bestiame lasciato dal Colono, che antecedentemente partì da detta Possessione. Nel qual caso il Bestiame si stima, per poterlo far passare da un Colono all'altro. E perchè in alcuni luoghi calasi qualche cosa dalla stima fatta, ovvero succede, che il nuovo Colono nel partire, che farà una volta, dovrà lasciare altrettanto Bestiame in istima, e non altrimenti, perciò in tal caso nelle Partite *del Bestiame* in istima dovrassi espressamente nominare, che detto Bestiame si trova in istima, scrivendo così = *N.° 5. Un pajo di Buoi in istima tolto in questo*, (cioè in questo Libro), *a. c..... a....* ℛ = : = : =.

Vi vuole inoltre il Libro per segnar tutto il Raccolto delle

Possessioni. Questo Raccolto consiste in Grano, Vino, olio, Granturco, detto *Formentone*, Fave, Orzo, ec. E perchè sarebbe male il segnar tutto confusamente, perciò detto Libro dee esser diviso in tante parti, quanti saranno i generi de' Raccolti nelle Possessioni. Con che avremo in un sol Libro altrettanti Libri, quanti son necessarj per segnar separatamente ciascun genere di Raccolto. Per poter dunque ben dividere detto Libro, sarà necessario porre nel suo margine dalla parte di fuori tanti cartelli, quanti sono i generi de' Raccolti, esprimenti i loro nomi.

Per segnare i generi de' Raccolti si farà così. A capo della facciata segnerassi = *Entrata a Grano del* 1774. = Nel margine a mano sinistra vi vuole lo spazio pe' Numeri marginali, come nelle Partite del Libro del *Bestiame*. Nel margine poi a mano destra vi vogliono tre colonne per segnare le *Rubbia*, le *Coppe*, o *Quarte*, ed i *Quartucci*, detti volgarmente *Provende*, o *Provenne*, del Raccolto, contando nella somma così. Ogni 4. *Provenne* fanno 1 *Coppa*: ogni 8 *Coppe* fanno 1 *Rubbio*; avvertendosi però, che in alcuni luoghi ogni 5 *Provenne* fanno 1 *Coppa*; onde sempre si sommi, conforme il costume di ciascun luogo, e non altrimenti. Per prima Partita sempre dovrassi mettere il residuo del vecchio Raccolto, se vi sarà, e poscia il Raccolto di ciascuna Possessione separatamente, segnando prima tutto il Raccolto in generale, poi la *Parte Domenicale* nel margine a mano destra. La *Parte Domenicale*, senza scriver tanto distesamente, segnasi con queste due lettere sole P. D., conforme si è detto di sopra; siccome ancora la *Parte Rusticale* segnasi colle due lettere P. R. Se sarà la Partita a Grano, si segneranno anche le Cavallette così = *N.°.... Colono A., Cavallette n.°... in tutto Rubbia n.°....* P. D. — — — — — — — — *Rubbia* = : = : = . avvertendo di far sempre cader la somma delle Cavallette, come anche quella delle Rubbia, l'una sotto l'altra per colonna, affinchè nel fine si possa comodamente sommare. Le *Rubbia* parimente potranno scriversi accorciatamente, bastando segnarle con R. Le *Coppe* non occorre esprimerle, neppur le *Provenne*, perchè già si sa, che dopo le *Rubbia* vengono le *Coppe*, e dopo queste le *Provenne*. Compitosi di segnar tutto il Raccolto, in fine si dee fare la somma del Grano vecchio, e del nuovo. Fattasi la detta somma, si tira una linea attraverso di tutta la facciata; e dipoi scriverassi in mezzo = *Esito del suddetto Grano* =, (o *Vi-*

no, secondo la Partita, che sara). Disotto poi si scrive il Mese, e l'Anno, come sarebbe a dirsi = *Agosto* 1774.

Nelle Partite della Vendita del Raccolto nel margine a mano destra non deesi tirar fuori il denaro; ma la quantità del Raccolto venduto; ed il denaro si segna in mezzo alla linea. La ragione è chiara. Imperciocchè in questo Libro deesi considerar solamente l'Entrata, e l'Esito del Grano, Vino, Olio, ec., e non già del denaro. Laonde nel margine segnasi la quantità della robba venduta, per poterne poi far la somma in fine della facciata. Il denaro poi, come si disse, segnasi in mezzo alla linea, per poterlo portare ad *Entrata generale*, ove dovrassi segnare il Genere venduto in mezzo alla linea, ed il denaro nel margine, giacchè nell' *Entrata*, ed *Esito generale* deesi considerare il denaro, e non il Genere venduto. Si potrà riportare ad *Entrata generale* Partita per Partita di ciascun Genere venduto, segnando però sempre in ciascuna Partita del Genere venduto le carte, ed il Numero marginale del Libro dell' *Entrata generale* dove vien riportata detta Partita per l'Entrata a denaro. Oppure il denaro di ciascun Raccolto venduto deesi segnar per colonna nella propria sua Partita, e poi nel fine del Mese riportarlo in una sola Partita ad *Entrata generale*, segnando però nella somma del Genere esitato il numero delle carte, ed il Numero marginale del Libro dell' *Entrata generale*, in cui vien riportata detta somma. In qualunque de' suddetti due modi si operi, sempre è ben fatto. In ogni Partita del Raccolto, quando nell' esitarlo sarà finita la facciata, in fine dovrassi far la somma della quantità esitata, e nella nuova facciata la prima Partita dovrà esser la somma riportata. E siccome il Grano sempre cresce dalla misura, che si fa nel Raccolto, alla misura, che fassi nell'Esito, per la ragione che allora il Grano era ben secco, e poi rifatto, così questo crescimento nel fine dell'Anno dovrassi segnare; perciocchè in tal tempo misurato il Grano avanzato, (supponendo, che tutto il Raccolto fosse di Rubbia 36, e l'Esito di Rubbia 34), ne doveano restar Rubbia 2. Ma, trovandosene in Magazzino Rubbia 7, dovranno segnarsi 2 Rubbia residuali del Grano vecchio, e Rubbia 5 di crescimento, che in tutto sono Rubbia 7. Così ancora dell'altre Partite, perchè, invece di crescere, calano, nel fine dell'esito si dovrà segnare il calo. Il tutto apparirà in appressso nella pratica del presente Capitolo.

E' necessario inoltre un Libro per le *Spese giornali*. In det-

to Libro v' abbisognano tanti distinti cartelli nel margine, quante sono le diverse Spese giornali, che soglion farsi, come appunto il Libro del Raccolto. Le Spese giornali ordinariamente sono di *Carne*, *Pesce*, *Salumi*, *Uova*, *Frutti*, ed *Erbaggi*; Siccone ancora *Fabbriche*, *Buonificamenti di Campagna*, *Droghe*, *Liti*, e *Salariati*. Poscia si mette in fine un'altra Partita sotto nome di *Spese diverse*, ove si dovranno segnar tutti que' Capi di Spese, che non hanno Partita separata. In questo Libro dovrassi tirar la somma Mese per Mese, cioè segnar nel mezzo della facciata il Mese, e l'Anno, e poi, compito il Mese, far la somma della Spesa Partita per Partita separatamente, e così ancora separatamente riportarla al Libro dell' *Esito generale*. Nella somma del medesimo Libro si dovrà in margine fare il Numero, come negli altri Libri, e poi appresso segnar le carte, ed il Numero marginale dell' *Esito generale*, ove riportata vien la detta Partita, come ⁂ *N.° 5. Portato ad Esito generale a. c..... n.° ....: Somma* ₰ ⁂ :⁂:⁂. Nel Libro poi dell' *Esito generale* dovrà segnarsi così ⁂ *N.°.... Escono in Carne*, (o *in Pesce*), *come al Giornale a. c.... n.°...* ₰ ⁂:⁂:⁂. Così in un' occhiata si vedrà tutta la Spesa del Mese, siccome ancora vedrassi l'Entrata in denaro colata in mano del Ministro, o Fattore.

Vi vuol per ultimo un Libro, in cui scrivansi i Debiti, ed i crediti della Casa. Detto Libro si suole citar con queste due lettere solamente *d. c.*, per non iscriver sempre *Debito*, e *Credito*. Nel medesimo Libro debbonsi segnare tutt' i Censi attivi, e passivi, (se vi sono) con notar l'Anno della Fondazione, il Notajo, che si rogò, il Capitale del Censo, il Fondo, in cui è ipotecato, e l'annuo Frutto. Quindi in appresso conviene lasciar della carta bianca per potervi scriver sopra la Risposta Anno per Anno, la quale dovrassi così registrare ⁂ *N°... Addì... 1774. Andrea di Niccolò pagò per saldo de' Frutti del dicontro Censo maturato addì 7. Febbrajo 1774., come all' Entrata generale a. c.... n....* ₰ ⁂:⁂:⁂. Nel Libro poi dell' *Entrata generale* segnasi così ⁂ *N.°... Entrano da Andrea di Niccolò per Frutti di Censo, come al d. c. a. c....n.°...* ₰ ⁂:⁂:⁂. In questo stesso Libro si dovranno segnare ancora le *Terze Generazioni*, ponendo nella medesima carta, come ne' Censi, il Sito, il Notajo, che si rogò, l'Anno, il Canone, o risposta, ed anche la quantità, e la qualità del Terreno, gli Alberi, ec., lasciandovi dipoi la carta bianca per iscriver, come sopra, le Risposte del Censo: Nell' istesso modo

debbonsi segnar parimente gli Affitti di Terreni, e di Case. Ed affinchè non si erri nel piantar le suddette Partite, voglio quì porre alcuni materiali esempj, e primieramente pe' Censi. Scritto che siasi pertanto in mezzo della facciata il Giorno, il Mese, e l'Anno, si scriverà, come segue.

Nel giorno, ed Anno suddetto furono dati a Censo a ragione del 4 per cento ₰ 175. *a Pietro, e Giovanni di Francesco Fratelli Carnali di questa Città di N.... colla Sicurtà in solidum di Paolo di Giorgio parimente di questa Città, e fondarono detto Censo in un loro comune Terreno posto in questo Territorio. Contrada vocabolo il Vallone, terminato da capo la Strada pubblica, da piedi il Fosso, da un lato Giorgio Benedettoni, dall' altro lato Giovanni di Pietro; Terreno in parte alberato, in parte lavorativo nudo, in tutto Coppe cinque, come per gli Atti di Simone Michelini pubblico Notajo.*

Sorte principale — — ₰ 175 : ☰ : ☰.
Annuo Frutto — — ₰ 007 : ☰ : ☰.

Per le Terze Generazioni poi, e per gli Affitti si dovrà scriver così. Posto prima in mezzo il Giorno, il Mese, e l'Anno, scrivasi come segue.

Nell' Anno, e giorno suddetto fu data in Terza Generazione a Michele d' Antonio la Possessione situata in Contrada vocabolo Neviera, in tutto Coppe 13, *terminata da capo, e da un lato la Strada pubblica, da piedi il Sig. Marco Spada, e dall' altro lato il Sig. Gasparo Tranquilli, cogl' infrascritti patti, e condizioni, cioè*

I. *Che per primo chiamato a detta Terza Generazione sia il detto Michele, per secondo i di lui Figli, e per terzo i di lui Nipoti, cioè i Figli de' Figli, e ciò solamente nella linea mascolina, ad esclusione delle Femmine, tantochè mancando i Maschj nella Discendenza di detto Michele prima di terminare il tempo della Terza Generazione, e restando solamente le Femmine, subito queste s' intendano decadute dalla medesima Terza Generazione, come non avessero alcun jus sopra di essa.*

II. *Che sia tenuto farvi una Casa dalla parte di sopra nel sito vicino alla Strada, larga palmi* 28, *lunga palmi* 40, *ed alta palmi* 22, *e ciò tutto a spese di esso Michele, e sua Casa.*

III. *Che sia tenuto farvi sei filoni di Viti a due ordini cogli Oppj secondo l' arte, e 'l costume del luogo.*

IV. Che, finita la Terza Generazione, abbia tutto a lasciare liberamente, e senza poter pretendere cos' alcuna, come anche rilasciare esistenti, e vivide le 200 Piante d' Olive, le 30 Piante di Fichi, le 50 Querce, ed altre, che vi si trova; altrimenti sia tenuto nel fine della Terza Generazione, essendo mancanti i detti Alberi, pagarne il danno.

V. Che puntualmente pel primo di Settembre in ogni Anno, durante la detta Terza Generazione, debba pagar di Risposta ₰ 25, *come meglio all' Istrumento degli Atti di Pasquale Ambrosini.*

A norma de' suddetti due esempj dovrassi piantar qualunque altra Partita di Censo, di Affitto, oppure di Terza Generazione.

In detto Libro si dovranno segnare ancora i Debiti de' Coloni; cioè in una facciata si segnerà il loro Debito, e nell' altra il lor Credito, notando nella Partita del Debito, del Colono i Pesi della Possessione, cioè le Regalie. Quando poi soddisfanno, segnerassi nella dicontro facciata la soddisfazione, come per esempio = *Addì 1. Maggio 1774. portò il dicontro Colono Uova n.° 50, che dee in Pasqua* =, e così di qualunque altro Peso. Si potranno segnare ancora i Debiti, ed i Crediti de' Particolari, affinchè non se ne perda la memoria.

Se tutte le Partite dell' Entrata, e dell' Esito saranno registrate su' Libri nel modo fin' ora insegnato, tutte le dette Partite appariranno chiare, e nette senz' alcuna confusione. Di più si lasceranno tutte le memorie a' Posteri di quanto s' è fatto in questi tempi, cioè quanta é stata l' Entrata, in che esitata, ec.; e tali cognizioni peravventura potranno anche un giorno esser necessarie, siccome noi talora abbisognamo di saper l' operato da' nostri Maggiori.

Quantunque il detto fin quì mi sembri sufficiente, perchè ciascuno possa piantare i Libri da se solo, senz' altra spiegazione; tuttavolta, giacchè mi preme, che ognuno lo pratichi con esattezza, non voglio mancar di darne una norma materiale, almeno delle cose più usuali, dalle quali facilmente potrassi apprendere, come si dovranno segnar le altre. Prima pianterò la Partita del *Bestiame* con tutti gli accidenti, che in essa possono occorrere. Ma perchè in due maniere si può piantare il Libro del *Bestiame*, come dissi nel principio, perciò si daranno due Piani, conforme spiegherassi in appresso. Ecco dunque il primo Piano del suddetto Libro del *Bestiame*, figurato nella Possessione *A*.

Bestiame, che si tiene dal Colono A. 1774.

N.° 1.° Addì 8. Maggio 1774. fu comperato un pajo di Buoi da lavoro alla Fiera d'Ascoli, come in questo a.c. 154. n.° 1. — ₰. 58 . 75 .

N.° 2.° Addì 8. Maggio 1774. furono comperate Pecore 18 da frutto alla medesima Fiera d'Ascoli, come in questo a. c. 154. n.° 2. — ₰. 25 . 10 .

N.° 3.° Addì 7. Giugno 1774. fu comperata una Vacca alla Fiera di Gingoli, come in questo a. c. 154. n.° 3. — — — — — — — ₰. 17 . 80 .

N.° 4.° Addì 25. Giugno 1774. fu comperato un Bue, (detto volgarmente Marrone), da ingrassare, alla Fiera d'Osimo, come in questo a. c. 154. n.° 4. — — — — — — — ₰. 15 . 50 .

N. 5.° Addì 16. Luglio 1774. fu comperata una Scrofa, o Troja, con 7 Porchetti alla Fiera di Macerata, come in questo a. c. 154. n.° 5. ₰. 07 . 90 .

N.° 6.° Addì 30. Luglio 1774. la Vacca soprapposta al n.° 3. fece una Vitella.

N.° 7.° Addì 10. Agosto 1774. furono comperati 12 Majali da Giuseppe Forti, come in questo a. c. 154. n.° 6. *P. D.* — — — — — — ₰. 09 . 60 .

N.° 8.° Addì 26. Agosto 1774. fu comperata una Vitella di sopranno alla Fiera d'Ancona, come in questo a. c. 154. n.° 7. — — — — — ₰. 12 . 50 .

N.° 9.° Addì 3. Settembre 1774. la Troja soprapposta al n.° 5. fece Porchetti n.° 9.

N.° 10.° Addì 28. Settembre 1774. fu comperato un Bue da ingrassare alla Fiera di Jesi, come in questo a. c. 154. n.° 8. — — — — — ₰. 14 . 90 .

N.° 11. Addì 12. Nov. 1774. furono comperati Majali n.°8 da ingrassare alla Fiera di Morro, come in questo a.c. 154. n.° 1. — — — — ₰. 15 . 90 .

N.° 12.° Un pajo di Buoi, tolto in questo n.° 1. — — ₰. 58 . 75 .

N.° 13.° Pecore 18, tolte in questo n.° 2. — — — — ₰. 25 . 10 .

N.° 14.° Una Troja, tolta in questo n.° 5. — — — — ₰. 02 . 90 .

N.° 15.° Una Vitella nata, tolta in questo. n.° 6. —

Portato in questo a.c. 152.

Esito del dicontro Bestiame del Colono A. 1774.

N.° 1. Addì 10. Agosto 1774. fu venduta la dicon-
. tro Vacca al n.° 3. per prezzo di ₤ 22:70
. come in questo a.c. 156. n.° 1., Capitale,
. e lucro — — — — — — — — — — ₤. 20 . 25 .

N.° 2. Addì 26. Agosto 1774. uno de' dicontro 7
. Porchetti al n.° 5. morì

N.° 3. Addì 1. Settembre 1774. furono venduti i 6
. Porchetti del dicontro n.° 5. per prezzo di
. ₤ 7, come in questo a.c. 156. n.° 2., re-
. stando la Troja per prezzo di ₤ 2:90.
, Capitale. — — — — — — — — — ₤. 07 . 11 .

N.° 4. Addì 9. Settembre 1774. fu venduto il dicon-
. tro Bue al n.° 4. per prezzo di ₤ 19:50,
. come in questo a.c. 156. n.° 3. Capitale, e
. lucro — — — — — — — — — — ₤. 17 . 50 .

N.° 5. Addì 4. Ottobre 1774. fu venduta la di-
. contro Vitella al n.° 8. per prezzo di ₤ 16.,
. come in questo a.c. 156. n.° 4. Capitale, e lucro ₤. 14 . 25 .

N.° 6. Addì 28. Ottobre 1774. furono venduti 5 de'
. dicontro Porchetti al n.° 9. per prezzo di
. ₤ 6, come in questo a.c. 156. n.° 5. *P.D.* — ₤. 03 . 11 .

N.° 7. Addì 30. Ottobre 1774. uno de' dicontro Por-
. chetti al n.° 9. morì.

N.° 8. Addì 10. Novembre 1774. fu venduto il di-
. contro Bue al n.° 10. per prezzo di ₤ 20:30,
. come in questo a.c. 156. n.° 6. Capitale, e lu-
. cro — — — — — — — — — — ₤. 17 . 60 .

N.° 9. Addì 6. Dicembre 1774. furono uccisi 2. de'
. dicontro Majali al n.° 11., uno di *P.D.*,
. e l'altro di *P.R.*

Bestiame, che si tiene dal Colono A 1774.

N.° 1.	Tre Porchetti nati, tolti in questo a. c. 152. n.° 9.			
N.° 2.	Sei Majali, tolti in questo a. c. 152. n.° 11. — ℭ	18	95	

Quì chiaramente apparisce, come debbasi riportare il Bestiame in una nuova facciata, piena che sia la prima, cioè col riportar solamente il Bestiame esistente. Se si dovesse comperare altro Bestiame, dovrebbesi segnar sotto il N.° 2, ma col medesimo ordine, che si è tenuto nella prima facciata, cioè segnare il denaro speso, e riportarlo poi all' *Esito generale del Bestiame*, per renderne conto al fine dell'Anno, siccome meglio vedrassi in appresso. Quel Bestiame, che nasce, dee esser segnato, per poter sapere quanto Bestiame esista nella Possessione, conforme vedesi praticato in questa Partita.

Se non si tenesse molto Bestiame, tantochè dentro l'Anno non occorresse segnar più di quattro, o cinque Partite, in tal caso ogni Partita potrebbesi riportare immediatamente al Libro dell' *Entrata, ed Esito generale*, per non dover per sì poco tener tante Partite aperte.

Esito del dicontro Bestiame del Colono A. 1774.

In questa facciata deesi segnar l'Esito del dicontro Bestiame, conforme si è operato nella facciata a.c. 151., col riportare il denaro all'*Entrata generale del Bestiame*. Quegli Animali poi, che s'ammazzano per uso di Casa, o che muojono da se stessi, segnansi soltanto per dare sfogo a tutto il Bestiame, giacchè altrimenti non si potrebbe mai sapere, quanto Bestiame in realtà esista. Ciò che si è praticato per la Possessione *A.*, si pratichi ancora per qualunque altra Possessione separatamente, poichè il metodo è pianissimo; laonde non mi dilungo a ripetere il *Bestiame* d'altra Possessione, stimandolo superfluo, mentre ognuno dal fin quì detto potrà apprendere il regolamento di tutte le altre Possessioni.

Esito generale in Bestiame 1774.

Maggio 1774.

N.° 1.	Escono in compera d'un pajo di Buoi da lavoro, che si tengono dal Colono *A.*, come in questo a.c. 150. n.° 1. — — — — — —	₰ 58	75
N.° 2.	Escono in compera di Pecore 18 da frutto, che si tengono dal Colono *A.*, come in questo a.c. 150. n.° 2. — — — — — — — —	₰ 25	10

Giugno 1774.

N.° 3.	Escono in compera d'una Vacca, che si tiene dal Colono *A.*, come in questo a.c. 150. n.° 3. — — — — — — — — — — — — — —	₰ 17	80
N.° 4.	Escono in compera d'un Bue, che si tiene dal Colono *A.*, come in questo a.c. 150. n.° 4. — — — — — — — — — — — — — —	₰ 15	50

Luglio 1774.

N.° 5.	Escono in compera di una Troja con 7 Porchetti, che si tiene dal Colono *A.*, come in questo a.c. 150. n.° 5. — — — — — — —	₰ 07	90

Agosto 1774.

N.° 6.	Escono in compera di 12 Majali, che si tengono dal Colono *A.*, come in questo a.c. 150. n.° 7. *P. D.* — — — — — — — —	₰ 09	60
N.° 7.	Escono in compera d'una Vitella, che si tiene dal Colono *A.*, come in questo a.c. 150. n.° 8. — — — — — — — — — —	₰ 12	50

Settembre 1774.

N.° 8.	Escono in compera d'un Bue, che si tiene dal Colono *A.*, come in questo a.c. 150. n.° 10. — — — — — — — — — — — —	₰ 14	90

Novembre 1774.

N.° 9.	Escono in compera di 8 Majali, che si tengono dal Colono *A.*, come in questo a.c. 150. n.° 11. — — — — — — — — — —	₰ 15	90
N.° 10.	Portato in questo a.c. 155. n. 8. — — — — — — — — — — — — Somma	₰ 177	95

Entrata generale in Bestiame 1774.

Agosto 1774.

N.° 1. Entrano per vendita di una Vacca, che tenevasi dal Colono *A*, come in questo a.c. 151. n.° 1. — — — — — — — — — — ₰. 20 . 25 .

Settembre 1774.

N.° 2.. Entrano per vendita di 6 Porchetti, che tenevansi dal Colono *A.*, come in questo a.c. 151. n.° 3. — — — — — — — — ₰. 07 . 11 .

N.° 3.. Entrano per vendita di un Bue, che tenevasi dal Colono *A.*, come in questo a.c. 151. n.° 4. — — — — — — — — — — ₰. 17 . 50 .

Ottobre 1774.

N.° 4.. Entrano per vendita di una Vitella, che si teneva dal Colono *A.*, come in questo a.c. 151. n.° 5 — — — — — — — — — — ₰. 14 . 25 .

N.° 5.. Entrano per vendita di 5 Porchetti del Colono *A.*, come in questo a.c. 151. n.° 6. — ₰. 03 . 11 .

Novembre 1774.

N.° 6.. Entrano per vendita di un Bue, che si teneva dal Colono *A.*, come in questo a.c. 151. n.° 8. — — — — — — — — — ₰. 17 . 60 .

N.° 7.. — — — — — — — — — — — — — ₰. 79 . 60 .

N.° 8.. Somma dell' Esito generale in Bestiame tolto in questo a.c. 155. n.° 10 — — — — ₰. 177 . 95 .

N.° 9.. Somma dell' Entrata generale in bestiame, tolta in questo a.c. 156. n.° 7. — — — — ₰. 79 . 60 .

N.° 10.. Resta più di Esito in Bestiame, portato ad Esito generale a.c.... n.°.... — — — ₰. 98 . 35 .

Essendo giunti finalmente al compimento dell'Anno, si riporteranno le due Partite dell'Entrata, e dell'Esito generale del Bestiame al Libro dell'*Entrata*, e dell'*Esito generale*, citando sempre il Numero marginale, e le carte, donde è stato tolto; siccome nell'Entrata, ed Esito generale del Bestiame deesi citare il Numero marginale, e le carte del detto Libro dell'*Entrata*, *ed Esito generale*. Ma perchè col riportare ambedue le Partite intere al Libro suddetto, s'accrescerebbe senza proposito l'Entrata, e l'Esito generale, giacchè replicherebbesi il denaro applicato, e ritratto più volte in Bestiame, perciò sarà migliore il sommare ambedue le Partite dell'Entrata, e dell'Esito generale in Bestiame, e dopo aver sottratta la minor Partita dalla maggiore, bisogna riportarne la differenza, o avanzo al Libro generale, cioè, se è più l'Esito, riportarlo ad *Esito generale*, e se è più l'Entrata, riportarla ad *Entrata generale*, citando sempre il Numero marginale, e le carte, dond'è tolto, ed anche dove si riporterà, come vedesi praticato quì sopra. Con questo metodo in fine dell'Anno così il Fattore, come il Padrone chiaramente vedranno, quanto siasi impiegato nella compera, e quanto ritratto dalla vendita del Bestiame.

Benchè il detto metodo sia da molti praticato, tuttavolta due difficoltà ritrovo in esso, le quali sembranmi, che sieno non senza gran fatica superabili. La prima difficoltà pertanto si è, che non si può capire in esso, se l'entrata, e l'Esito sieno veramente reali. Imperciocchè segnandosi ad Entrata e Frutto, e Capitale, vendendosi più Bestiame, più ancora comparisce l'Entrata medesima, la quale non deesi prender dal Capitale ritratto, ma solamente dal lucro del Capitale impiegato, o moltiplicato. Così parimente accade nell'Esito, il quale non dee essere considerato nel Capitale impiegato, ma bensì nel Capitale deteriorato, oppur morto. La seconda difficoltà consiste, che nel fine dell'Anno non si può rilevare, quanto di Capitale in Bestiame resti esistente sì pel Capitale venduto, come ancora pel Capitale morto, o impiegato in uso della propria Casa.

Per isfuggir dunque le dette difficoltà, e qualunque altra, che potesse mai insorgere, porrò quì il secondo Piano, il quale sarà esattissimo in tutte le sue parti. Piantata pertanto che sarà la Partita del *Bestiame* separatamente per ciascun Colono nella maniera praticata nel primo Piano, si dovranno formare altre quattro Partite pel medesimo Bestiame. Nella prima delle quali

dovrassi segnar solamente il Frutto, ossia lucro del Bestiame. Per esempio, un Bue è stato pagato ₡ 10, e venduto ₡ 14; essendone perciò il lucro ₡ 4, la metà de' quali, com' è chiaro, è di Parte Domenicale, e l'altra metà pel Colono, in detta Partita si segneranno solamente ₡ 2, i quali in realtà sono il vero lucro, e non gli ₡ 10, non essendo questi il lucro, ma Fondo, o Capitale ritratto, che non mai viene alienato, sennonse per impiegarlo di nuovo. In detta Partita segnerassi ancora tutto il ritratto dal Bestiame nato, e venduto, essendo questo tutto lucro. Nella seconda Partita si dovrà segnar tutto il Capitale ritratto, come sarebbero i suddetti ₡ 10 di Capitale ritratto. Nella terza Partita si segnerà tutto il Capitale impiegato; per esempio, essendosi comperato un Bue pel prezzo di ₡ 10, i detti 10 scudi si segneranno in questa Partita. Nella quarta Partita finalmente si segnerà il Capitale perduto, o deteriorato; come, essendosi pagato il suddetto Bue ₡ 10, e rivenduto ₡ 8, segnerassi nella Partita del Capitale perduto ₡ 1, essendo l'altro scudo di perdita appartenente alla Porzione Colonica. In questa Partita si segnerà ancora il Capitale di quel Bestiame, che ammazzasi per uso di Casa.

Nel fine dell'Anno si dovrà segnare ad *Entrata generale* tutto il lucro del Bestiame, e ad *Esito generale* la perdita del Capitale. Dipoi sommate insieme le due Partite, cioè del Capitale trovato nel principio dell'Anno, e del Capitale impiegato dentro l'Anno, e dalla somma sottratto il Capitale ritratto, apparirà chiaro, quanto di Capitale abbia di più impiegato, e ritratto nel decorso dell'Anno. E se poi si sottrarrà ancora da questo Capitale il Capitale perduto, apparirà, quanto di Capitale resti impiegato in Bestiame per l'Anno susseguente. Si vedrà ancora, quanto resti di vero lucro, se sottrarrassi da esso la somma del Capitale perduto. In questo luogo resti ben avvertito il Fattore, ossia Ministro, che avendo impiegati ₡ 100 di più in Capitale di Bestiame, giacchè nel principio dell'Anno erano ₡ 500, e nel fine del medesimo sono ₡ 600, di segnar gli ₡ 100 ad *Esito generale*, come impiegati in Bestiame; così ancora di segnare ad *Entrata generale*, se avesse ritratto qualche poco di Capitale del Bestiame; per non lasciar le Partite confuse nell'Anno susseguente. Porrò intanto quì in appresso una norma materiale di questo secondo Piano, affinchè sia inteso in ciascuna sua parte, e praticato da tutti, essendo bellissimo.

Bestiame, che si tiene dal Colono B. 1774.

N.° 1.. Un pajo di Buoi, tolto in questo a.c.... n.°... ₰. 58 . 50 .
N.° 2.. Una Vacca col Vitello, tolto in questo a.c.. . . .
. n.... — — — — — — — — — — — — ₰. 17 . 50 .
N.° 3.. Un Manzo, tolto in questo a.c.... n.... — — ₰. 15 . 60 .
N.° 4.. Un Bue ad' ingrassare, tolto in questo a.c. . . .
. n.° — — — — — — — — — — — — ₰. 12 . 80 .
N.° 5.. Pecore 26 da frutto, tolte in questo a.c.... n.... ₰. 32 . 20 .
N.° 6.. Una Cavalla, tolta in questo a.c.... n.... — ₰. 17 . .
N.° 7.. Majali n. 6, tolti in questo a c .... n.° .... ₰. 07 . 50 .
N.° 8.. Portato in questo a. c. 162. n.° 1. Somma — ₰. 161 . 10 .

N.° 9.. Addì 5. Luglio 1774. fu comperato un pajo . . .
. di Buoi da lavoro alla Fiera d' Ancona, co- . . .
. me in questo a.c. 162. n. 2. — — — — ₰. 62 . 11 .
N.°10.. Addì 10. Agosto 1774. furono comperati 8 . . .
. Majali alla Fiera di Recanati, come in . . .
. questo a.c. 162. n.° 3.. — — — — — — ₰. 09 . 11 .
N.°11.. Addì 9. Settembre 1774. fu comperato un . . .
. Bue da ingrassare alla Fiera di Loreto, co- . . .
. me in questo a. c. 162. n.° 4. — — — — ₰. 16 . 50 .
N.°12.. Addì 5. Ottobre 1774. la Vacca al n.° 2. fe- . . .
. ce una Vitella. . . .
N.°13.. Addì 4. Novembre 1774. fu comperata una . . .
. Vitella alla Fiera d' Osimo, come in que- . . .
. sto a.c. 162. n. 5. — — — — — — — ₰. 06 . 50 .
N.°14.. Addì 7. Dicembre 1774. furono comperati . . .
. . Porchetti n.° 7. al Mercato di Jesi, come . . .
. in questo a.c. 162. n. 6. — — — — — ₰. 08 . 90 .
N.°15.. Addì 12. Dicembre 1774. dalle Pecore al . . .
. n.° 5. nacquero 6. Agnelli. . . .

Esito del dicontro Bestiame del Colono B. 1774.

N.° 1. Addì 8. Luglio 1774. furono venduti i di-
. contro Buoi al n.° 1. per prezzo di ₰ 66.
. Capitale ₰ 58 : 50 in questo a. c. 161. n.° 1.
. Lucro di *P. D.* ₰ 3 : 75 in questo a. c. 160.
. n.° 1. In tutto —— ₰. 62 . 25 .

N.° 2. Addì 9. Settembre 1774. fu venduto il di-
. contro Manzo al n.° 3. per prezzo di ₰ 22 : 60.
. Capitale ₰ 15 : 60 in questo a. c. 161. n.° 2.
. Lucro di *P. D.* ₰ 3 : 50 in questo a. c. 160.
. n.° 2. In tutto —— ₰. 19 . 10 .

N.° 3. Addì 4. Novembre 1774. fu venduta la di-
. contro Cavalla al n.° 6. per prezzo di ₰ 8 : 60.
. Capitale perduto di *P. D.* ₰ 4 : 20 in questo
. a. c. 161. n.° 1. Capitale ₰ 12 : 80 in questo a. c.
. 160. n.° 3. In tutto —— ₰. 12 : 80 .

N.° 4. Addì 11. Dicembre 1774. furono venduti i di-
. contro 6 Majali al n.° 7. per prezzo di ₰. 18 : 40.
. Capitale ₰ 7 : 50 in questo a. c. 161. n.° 4.
. Lucro ₰ 5 : 45 in questo a. c. 160. n.° 3.
. In tutto —— ₰. 12 . 80.

Conforme è stato segnato il Bestiame del Colono *B.*, segnisi ancora il Bestiame di qualunque altro Colono; cioè prima si segnerà il Bestiame esistente al principio dell' Anno, ed in fine fatta la somma, questa si riporterà alla Partita del *Capitale* impiegato, come dirassi in appresso. Nella Partita poi dell' *Esito* prima si segnerà quanto è stato venduto in tutto, e poi il Capitale, citando la Partita, dove si dovrà trasportare. Quindi segnerassi il lucro, o la perdita, riportandola alla propria sua Partita; ed in fine si tirerà fuori nel margine la somma del Capitale, e del lucro.

Notisi nella soprapposta quarta Partita, ove tutta la perdita del Capitale consiste in ₰ 8 : 40, de' quali una metà spetta al Colono, e l'altra metà al Padrone; onde non deesi segnar di Capitale ritratto ₰ 8 : 60 solamente, come fu venduta quella Cavalla, ma ₰ 12 : 80; perciocchè il Colono dee dare al Padrone ₰ 4 : 20 di sua porzione per la perdita. E perchè tal somma appartiene al Capitale, perciò unitial ritratto di ₰ 8 : 60 dovransi

Lucro generale in Bestiame 1774.

N.° 1.. Addì 8. Luglio 1774. entrano di lucro nella . . .
. vendita d' un pajo di Buoi, che si teneano . . .
. dal Colono B., come in questo a. c. 159. n. 1. ₰. 03 . 75 .
N.° 2.. Addì 9. Settembre 1774. entrano di lucro . . .
. nella vendita di un Manzo, che si teneva . . .
. dal Colono B., come in questo a.c. 159. n.° 2. ₰. 03 . 50 .
N.° 3.. Addì 11. Dicembre 1774. entrano di lucro . . .
. nella vendita di 6 Majali, che si tenevano . . .
. dal Colono B., come in questo a.c. 159. n. 4. ₰. 05 . 45 .

N.° 4.. Lucro generale di tutto il Bestiame portato . . .
. ad Entrata generale a.c. . . . n.° . . . — — — ₰. 12 . 70 .

N.° 5.. Somma il lucro generale del Bestiame, co- . . .
. me quì sopra al n.° 4. — — — — — — — ₰. 12 . 70 .
N.° 6.. Somma la perdita del Capitale del Bestia- . . .
. me, come in questo a.c. 162. n.° 2. — — ₰. 04 . 20 .

N.° 7.. Resta di puro lucro portato ad Entrata ge- . . .
. nerale a c. n. . . — — — — — — — — ₰. 08 . 50 .

segnar nel *Capitale ritratto* ₰ 12 : 80; altrimenti facendosi, o si calerebbe il Capitale, o lascerebbesi una porzione d'Entrata. Laonde qualunque Partita deteriorata dovrà segnarsi, com'è stata posta la terza Partita.

Tutta la sopradetta somma di ₰ 12 : 70 di luero generale di tutto il Bestiame deesi riportare ad *Entrata generale*, segnando in quel Libro il numero marginale, e le carte della dicontro Partita. In questa guisa saprassi qual positivamente sia in fine dell'Anno il lucro vero, e reale del Bestiame, siccome per se medesimo è manifesto. Ovvero si potrebbe prima sottrarre dal medesimo lucro la somma del Capitale perduto, e portarne il residuo ad *Entrata generale*, per non duplicar le Partite nel Libro generale, cioè una pel lucro, e l'altra pel Capitale perduto, poichè sarebbe più ben fatto, come vedesi eseguito quì dicontro parimente a' Numeri 5., 6., e 7.

Capitale ritratto del Bestiame 1774.

N.° 1. Addì 8. Luglio 1774. ritratto di Capitale nella vendita d'un pajo di Buoi, che si tenevano dal Colono *B*, come in questo a.c. 159. n.° 1. — — — — — — — — — — ₰. 58 . 50.

N.° 2. Addì 9. Settembre 1774. ritratto di Capitale nella vendita d'un Manzo, che tenevasi dal Colono *B*., come in questo a.c. 159. n.° 2. — — — — — — — — — — ₰. 15 . 60.

N.° 3. Addì 4. Novembre 1774. ritratto di Capitale nella vendita di una Cavalla, che si teneva dal Colono *B*., come in questo a. c. 159. n.° 3. — — — — — — — — — — ₰. 12 . 80.

N.° 4. Addì 11. Dicembre 1774. ritratto di Capitale nella vendita di 6 Majali, che si tenevano dal Colono *B*., come in questo a.c. 159. n.° 4. — — — — — — — — — — ₰. 07 . 50.

N.° 5. Somma il Capitale ritratto, portato in questo a.c. 162. — — — — — — — — — ₰. 94 . 40.

La suddetta somma di ₰ 94 : 40 di Capitale del Bestiame ritratto deesi portar sotto la Partita del Capitale impiegato in Bestiame per farne la sottrazione, e quindi vedere, quanto finalmente resti di Capitale impiegato in Bestiame per l'Anno susseguente, come meglio si noterà in appresso.

Capitale impiegato in Bestiame 1774.

N.° 1.. Capitale di Bestiame esistente appresso il . . .
. Colono *B.*, come in questo a.c. 158. n.° 8. ₰.161 . 10 .
. Luglio 1774. . . .
N.° 2.. Impiegati in compera d'un pajo di Buoi . . .
. da lavoro, che si tengono dal Colono *B.*, . . .
. come in questo a.c. 158. n.° 9. — — — — ₰. 62 . 11 .
. Agosto 1774. . . .
N.° 3.. Impiegati in compera di 8 Majali, che si . . .
. tengono dal Colono *B.*, come in questo a.c. . . .
. 158. n.° 10. — — — — — — — — ₰. 09 . 11 .
. Settembre 1774. . . .
N.° 4.. Impiegati in compera d'un Bue, che si tie- . . .
. ne dal Colono *B.*, come in questo a.c. 158. n.° 11 ₰. 16 . 50 .
. Novembre 1774. . . .
N.° 5.. Impiegati in compera d'una Vitella, che . . .
. si tiene dal Colono *B.*, come in questo a.c. . . .
. 158. n. 13. — — — — — — — — — ₰. 06 . 50 .
. Dicembre 1774. . . .
N.° 6.. Impiegati in compera di 7 Porchetti, che si . . .
. tengono dal Colono *B.*, come in questo a.c. . . .
. 158. n.° 14. — — — — — — — — — ₰. 08 . 90 .

N.° 7.. Somma tutto il Capitale impiegato in Be- . . .
. stiame — — — — — — — — — — ₰.264 . 00 .
N.° 8.. Somma tutto il ritratto di Capitale dal . . .
. Bestiame in questo a.c. 161. n.° 5. — — ₰. 94 . 40 .

N.° 9.. — — — — — — — — — — — — ₰.169 . 60 .
N.° 10.. Somma tutto il Capitale perduto in Bestia- . . .
. me in questo a.c. 164. n. 2. — — — — ₰. 04 . 20 .
N.° 11.. Resta di Capitale in Bestiame per l'Anno . . .
. venturo in questo a.c.... n.°... — — — ₰.165 . 40 .

N.° 12.. Tutto il Capitale esistente nel principio . . .
. dell'Anno, come qui sopra al n.° 1. — ₰.161 . 10 .

N.° 13.. Resta più Esito di Capitale di Bestiame por- . . .
. tato ad Esito generale a.c. n.. — — — ₰.004 . 30 .

Quì chiaramente vedesi non solo, quanto resti di Capitale in Bestiame nel fine dell'Anno, ma ancora quanto di più è stato impiegato, che dovrassi riportare ad *Esito generale*, affinchè tutte le Partite vadano piane, e chiare. Imperciocchè, se fosse stato più ritratto, doveasi riportare ad *Entrata generale*, siccome il più impiegato è stato riportato ad *Esito generale*.

In questa Partita al principio dell'Anno dovrassi segnare in generale tutto il Capitale in Bestiame esistente in tutte le Possessioni in una sola Partita, ovvero separatamente Possessione per Possessione, come vedesi fatto della Possessione *B*. Poscia di mano in mano si segnerà tutto il Bestiame, che vien comperato dentro l'Anno, con fare in fine la sottrazione del Capitale ritratto, e perduto; onde resterà chiaro il Capitale esistente, che si riporterà al principio dell' *Entrata generale in Bestiame* dell' Anno susseguente

Capitale di Bestiame perduto 1774.

N.° 1.. Addì 4. Novembre 1774. fu perduto di Capitale nella vendita d'una Cavalla, che si teneva dal Colono *B.*, come in questo a.c. 161. n.° 3. — — — — — — — — — — ₰. 04 . 20 .

N.° 2.: Somma tutto il Capitale perduto, portato in questo a.c. 162. n.° 10., ed a.c. 160. n.° 6. ₰. 04 . 20 .

Anche quì dovrà segnarsi tutto il Capitale perduto in tutte le Possessioni, siccome altresì quel Bestiame, che viene ucciso per uso di Casa, qualora fosse stato comperato. In fine poi fatta tutta la somma, dovrassi sottrarre dalla somma del Capitale impiegato, conforme si è praticato in detta Partita a. c. 162. n.° 10., per vedere qual sia il vero Capitale rimanente. Detta somma di Capitale perduto potrebbesi riportare ad *Esito generale* addirittura; ma, per non moltiplicar Partite nel Libro maggiore, si sottrarrà dalla somma del lucro del Bestiame, secondochè s'è fatto a. c. 160. n.° 5, 6, 7, e riportarne il residuo al Libro maggiore nel modo che si riportano le altre Partite. Da questa sottrazione di Capitale perduto vedrassi con realtà, se vi sia stato lucro in Bestiame, parlandosi in generale, conforme ognuno può da se stesso intenderlo.

Avendo dimostrato, come debbasi formare il Libro del *Bestiame*, passerò ora alla pratica del Libro, in cui debbonsi segnar separatamente i Generi del Raccolto nelle Possessioni.

Entrata a grano

N.° 1.. Restato in Magazzino di Grano vecchio, come in questo a.c.... n.°... — — — — — — — — — — — —

		Cavallette.	Grano tutto.
N.° 2..	Colono *A.* — n.° : 70 : —	R. : 26 : — : — : —
N.° 3..	Colono *B.* — n.° : 120 : —	R. : 56 : 3 : — : —
N.° 4..	Colono *C.* — n.° : 322 : —	R. : 194 : 7 : — : —
N.° 5..	— — — n.° : 512 : —	R. : 277 : 2 : — — — —

N.° 6.. Somma tutto il Raccolto in Grano di *P.D.* — — — —
N.° 7.. Il Colono *B* pagò il Cottimo de' Buoi, come al *D.C.* a.c..,n.°...
N.° 8.. Somma tutto il Grano esistente in Magazzino addì 1. Agosto 1774. — — — — — — — — — — — —

Esito del suddetto

Agosto 1774.

N.° 9.. Addì 5. detto, macinato per uso di Casa — — — —
N.° 10.. Addì 7. detto, fatto crivellare tutto il Grano, perchè pativa, uscì tra polvere, terra, e Grano minuto da darsi a' Polli di Casa — — — — — — — — — — — —
N.° 11.. Addì 12. detto, venduto a ragione di ₰ 5. al Rubbio.—
N.° 12.. Addì 25. detto, venduto a ragione di ₰ 5 : 20 al Rubbio — — — — — — — — — — — — — —
N.° 13.. Addì 30. detto, macinato per uso di Casa — — —
N.° 14.. Portato ad entrata generale a.c.... n.°... — — — —

Settembre 1774.

N.° 15.. Addì 6. detto venduto a ragione di ₰ 5 : 50 al Rub.—
N.° 16.. Addì 17. detto, macinato per uso di Casa — — — —
N.° 17. Addì 22. detto, dato per limosina a' PP. NN. — — —
N.° 18.. Addì 28. detto, incredenzato al Colono *B.* per seminare, alla ragione di ₰ 6 al Rubbio, come al *D.C.* a.c.... n.°... — — — — — — — — — — — —
N.° 19.. Addì 30. detto, venduto alla ragione di ₰ 6 al Rub.
N. 20.. Portato ad Entrata generale a.c....n.°... — — — —

1774.

— — — — — — — — — — — — R. . 12 . 5 . 2

Grano di P. D.

— — — — R. : 13 : — : —
— — — — R. : 28 : 1 : 2
— — — — R. : 97 : 3 : 2

— — — — R. :138 : 5 :

— — — — — — — — — — — — R. .138 . 5 .
— — — — — — — — — — — — R. . 3 . — . —

— — — — — — — — — — — — R. .154 . 2 . 2

Grano

— — — — — — — — — — — — R. .002 . — . —

— — — — — — — — — — — — R. .004 . 7 . 2
— — ♃ 25 : ☐ : ☐ — — — — — R. .005 . — . —

— — ♃ 23 : 40 : ☐ — — — — — R. .004 . 4 .
— — — — — — — — — — — — R. .001 . 4 . —

— — ♃ 48 : 40 : ☐ — — — — — R. .017 . 7 . 2

— — ♃ 55 : ☐ : ☐ — — — — — R. .010 . — . —
— — — — — — — — — — — — R. .002 . 4 . —
— — — — — — — — — — — — R. .000 . 2 . —

— — — — — — — — — — — — R. .002 . 4 . —
— — ♃ 36 : ☐ : ☐ — — — — — R. .006 . — . —

— — ♃ 91 : ☐ : ☐ R. .039 . 1 . 2

N.° 1. — — — — — — — — — — — — — — — — — —

Dicembre 1774.

N.° 2.. Addì 5. detto, macinato per uso di Casa — — — —
N.° 3.. Addì 9. detto, venduto alla ragione di ₰ 6. al Rubbio
N.° 4.. Addì 16. detto, venduto alla ragione di ₰ 6: 20 al R.
N.° 5.. Addì 22. detto, incredenzato al Colono *A.* per mangiare, alla ragione di ₰ 6: 20 al Rubbio, come al *D.C.* a.c. 170. n.° 3. — — — — — — — — — — — —

N.° 6.. Portato ad Entrata generale a.c.... n.°... — — — —

Giugno 1775.

N.° 7.. Addì 5. detto, macinato per uso di Casa — — — —
N.° 8.. Addì 28. detto, macinato per uso di Casa — — — —

N.° 9.. Addì 31. Giugno 1775. somma tutto l'Esito del Grano raccolto nel 1774. — — — — — — — — — —
N.° 10.. Restano in Magazzino — — — — — — — — — —

N.° 11.. — — — — — — — — — — — — — — — —
N.° 12.. Somma tutto il Grano esitato, e da esitarsi al n.° 11. —
N.° 13.. Somma tutto il Raccolto del Grano, come in questo a.c. 164. n.° 8. — — — — — — — — — —

N.° 14.. Sicchè v'è di crescimento — — — — — — — —

Somma riportata	R. .039 . 1 . 2	
	. . .	
	R. .005 . — . —	
℔ 150 : ≡ : ≡	R. .025 . — . —	
℔ 062 : ≡ : ≡	R. .010 . — . —	
	. . .	
	. . .	
	R. .004 . — . —	
℔ 212 : ≡ : ≡	. . .	
	. . .	
	R. .004 . 4 . —	
	R. .005 . — . —	
	. . .	
	R. .092 . 5 . 2	
	R. . 73 . 2 . 1	
	R. .165 . 7 . 3	
R. 165 : 7 : 3		
	. . .	
R. 154 : 2 : 2	. . .	
R. 011 : 5 : 1	. . .	
	. . .	

Nel sopraddetto modo si dovrà segnare ogni Anno la Partita del Grano nel Raccolto, e nell'Esito, e in un'occhiata vedrassi subito, come sia andato il Grano, quanto ne rimanga al nuovo Raccolto, e quanto siavene stato di crescimento. Nel segnar poi la Partita del futuro Raccolto a Grano, la prima Partita sarà quella del Grano vecchio, conforme vedesi fatto di sopra a.c.164.n.° 1., citando sempre la pagina, ed il Numero marginale, donde è stato preso, e finalmente si operi in tutto nella maniera già praticata. L'istess'ordine, che s'è tenuto nel segnare il Grano, terrassi ancora nel segnar qualunque altro Genere di Raccolto. E giacchè il finora esposto sembrami bastantemente chiaro, per non più prolungarmi, tralascio di parlarne.

Ma perché potrebbesi incontrar qualche difficoltà nella Raccolta del Mosto, non essendo questa in tutto simile alle altre, perciò detta Partita porrassi nelle seguenti pagine.

Entrata a Mosto 1774.

N.° 1.. Addì 1: Novembre 1774. restato in Cantina Vino vecchio, come in questo a.c. n.° . . . . Barili .060 .—

Tutto P.D.

N.° 2.. Colono A. B.: 123: 12: — B.: 061: 18:

N.° 3.. Colono B. B.: 215: —: — B.: 107: 12:

N.° 4.. Colono C. B.: 360: —: — B.: 180:

N.° 5.. Somma il Racolto B.: 698: 12: — B.: 349: 06:

N.° 6.. Il Colono *A.* lasciò a conto del suo debito, come al *D.C.* a.c. 171. n.° 2. B.: 17:

N.° 7.. Somma di tutto il Mosto B.: 366: 06:

N.° 8.. Del suddetto Mosto ne fu riposto crudo in Cantina B. 300

N.° 9.. Ne fu cotto B. n.° 66. per far la conserva alle Botti, e ritornò B. 47

N.° 10.. Somma tutto il Vino esistente in Cantina tra nuovo, e vecchio B. 407

Esito del suddetto Vino.

Novembre 1774.

N.° 11.. Addì 27 detto si pone ad Esito una Botte di Vino consumato per uso di Casa da' 5. Ottobre insino al presente giorno B. 25 .—

N.° 12.. Addì 30. d. tramutato tutto il Vino nuovo, vi fu di calo alla ragione di un 15 per 100. B. 50 .—

Gennajo 1775.

N.° 13.. Addì 30 detto, si pone ad Esito una Botte di Vino, consumato per uso di Casa, e 4. Barili in limosina a' Poveri pel S. Natale, cominciata detta Botte addì 27. Novembre, e terminata nel presente giorno B. 28 .—

Col medesim'ordine si proseguirà l'Esito del Vino a tutto l'Anno; onde nel fine chiaramente vedrassi, senz'andare in Cantina, quanto Vino vi resti. Avvertasi però di segnare il Vino, che si vende, nell'istesso modo, con cui è stato segnato il Grano, cioè col segnare il denaro in mezzo alla linea, e nel fine del Mese, fatta la somma, di riportarla ad *Entrata generale*. Finita che sarà di vendersi una Botte di Vino, bisogna ricordarsi di metter fuori ad *Esito* il Vino nel margine a mano destra col calo in Fecce, se vi sono; altrimenti non darebbesi, il giusto sfogo all'Entrata in Vino.

Parmi d'avere spiegato a sufficienza il modo di segnare i Raccolti delle Possessioni co'due passati esempj materiali di Grano, e di Vino. Passerò dunque ora a dare un esempio parimente materiale del Libro de' *Debiti*, e *Crediti*, citato colle lettere *D. C.* nelle Partite de' Coloni.

Quì però debbo avvisare, che dovendo un Fattore partir dal servizio del suo rispettivo Padrone, dovrà primieramente nel suo Libro tirare il conto di quanto resta in Magazzino, ed in Cantina separatamente, come se fosse al nuovo Raccolto, e dar distintamente a tenor del Libro la consegna di tutto l'esistente al nuovo Ministro, o Fattore, che subentrerà, col far sottoscrivere i Libri dell'Amministrazione dal proprio Padrone, secondochè vedrassi praticato nelle Partite dell'*Entrata*, e dell'*Esito generale*; e ciò si farà per giustificazione dell'Amministrazione passata insino a quel giorno. Passiamo intanto alla pratica del menzionato Libro de' *Debiti*, e *Crediti*.

Debito del Colono A. 1774.

. Il suddetto Colono dee dare ogni Anno . . .
. per Pesi, e Regalie della sua Possessione . . .
. paja 3 di Pollastri in Agosto, paja 2 di . . .
. Capponi pel S. Natale paja 2. di Galline per . . .
. Carnovale: e Uova 300 per Pasqua. .

N.° 1.. Addì 15. Maggio 1774. fatti i conti, re- . . .
. stò a dare, come in questo a.c. ... n.° ... ₰. 15 . 27 .

N.° 2.. Addì 27. Agosto 1774. ebbe in prestito, . . .
. come all' Esito generale a.c. ... n.° ... — ₰. 10 . 50 .

N.° 3.. Addì 21. Dicembre 1774. Ebbe in Gra- . . .
. no, come al Libro de' Raccolti a c. 164., . . .
. 165. n. 11. — — — — — — — — ₰. 24 . .

N.° 4.. — — — — — — — — — *D. D.* — ₰. 50 . 57 .
N.° 5.. — — — — — — — — — *D. A.* — ₰. 34 . 30 .

N.° 6.. Addì 24. Dicembre 1774. fatt' i conti, . . .
. — — — — — — — — — *R. D.* — ₰. 16 . 27 .
.

Nella sopraddetta forma dovrassi ognun regolare nelle Partite del Debito, e Credito de' Coloni, dove ancora apparisce il modo di fare i conti finali co' medesimi almeno una volta l'Anno, per far ad essi sapere, quanto in fine resti il loro Dare, e quanto sia il loro Avere. Le due lettere *D. D.* voglion dire *Dee dare*. Le due altre *D. A.* significano *Dee avere*. Le due ultime poi *R. D.* importano *Resta a dare*. Se fossero *R. A.*, direbbero *Resta ad avere*.

Riempita che sia una facciata sì del *Dare*, come dell' *Avere*, si fa una specie di conti finali, conforme vedesi fatto di sopra al n.° 6, e trasportasi altrove il Debito, o Credito, che resta, ripiantando sempre a capo i Pesi, o Regalie, che paga il Colono, per poter poscia nella dicontro facciata segnar la soddisfazione, come chiaramente quì vedesi.

Avere del dicontro Colono A. 1774.

N.° 1..	Addì 28. Luglio 1774. portò paja 3 di . . .			
	. Pollastri di suo Peso. . . .			
N.° 2..	In Ottobre 1774. diede a conto di suo . . .			
	. Debito Barili 17 di Mosto, come al Libro . . .			
	. de' Raccolti a.c. 168. n.° 6. a baj. 40. il . . .			
	. Barile — — — — — — — — — — — —	₰.	06 .	80 .
N.° 3..	Addì 20. Novembre 1774. diede a conto . . .			
	. di suo Debito, come all' Entrata a.c.... . . .			
	. n.°... — — — — — — — — — — — —	₰.	27 .	50 .
N.° 4..	Addì 27. Dicembre 1774. portò paja 2 di . . .			
	. Capponi di suo Peso. . . .			
N.° 5..	— — — — — — — — — — D.A. —	₰.	34 .	30 .

Se fra le Regalie vi fosse il Peso di portare i Frutti, o gli Erbaggi una volta la settimana, e, non portandoli, dovesse il Colono pagar qualche cosa, in tal caso vi vorrà un Libretto a parte per simil Peso, ove si segneranno le rispettive soddisfazioni de' Coloni, e nel fine del Mese riporterassi quì al *D.C.* la soddisfazione, se è stata compita; altrimenti, essendo mancante; si dovrà segnar la mancanza a *Debito*, e la soddisfazione a *Credito*.

Accadendo poi, che vi fossero Debitori particolari, a questi nella dicontro facciata basta lasciar tanto di spazio, quanto sia sufficiente per segnarvi la lor soddisfazione, giacchè, essendo Debitori avventizj, e non ordinarj, come sono i Coloni, non vengono sì spesso a far de' debiti colla stessa Casa. Pei detti Debitori avventizj però sarebbe meglio stabilir tante pagine, ed iscriverle per ordine alfabetico, cioè nella prima pagina segnar tutt' i Debitori, il nome de' quali comincia per *A*; nella seconda pagina segnar quei, il cui nome incomincia per *B*, ec., giacchè in tal guisa più facilmente si potranno trovare i nomi de' medesimi; altrimenti sarà uno stordimento il ritrovarli, siccome ognuno potrà restar persuaso, ed avvertito colla propria sperienza.

Addì 1. Gennajo 1774.

. Nel giorno, ed Anno suddetto fu affittata ad
. Antonio Badioli la Casa situata nella Cura N...
. dentro la Città confinata d'avanti, e da un
. lato la Strada, di dietro la Casa di N.... dall'
. altro lato il Palazzo del Sig. N.... per l'an-
. nua risposta di ₰ 6, con patto espresso, che
. abbia a pagare il Nolo in ogni Semestre pro
. rata.

N.° 1.. Addì 13. Agosto 1774. il suddetto Antonio Ba-
. dioli pagò la rata di sei Mesi per Nolo della
. suddetta Casa, maturato addì 1. Luglio 1774.,
. portato all'Entrata a.c.... n.°... — — ₰ 03 : = : =

Nel modo soprapposto si segneranno tutte le Partite degli Affitti di Case, Terreni, ed altro; e rispettivamente segnerassi la soddisfazione, col riportarla ad *Entrata generale*. Nella seguente pagina si propone il Libro delle *Spese giornali*.

Esito in Carne.

Dicembre 1774.

.Addì 4. detto, pagati al Macellajo per lib-			
. bre 38. di Manzo a quattr. 12., e per			
. libre 24 di Vitella a quattr. 15., consu-			
. mate nella settimana scaduta in tutto —₰.	1	63	1
.Addì 11. detto, pagati al Macellajo per			
. libbre 50 di Vitella a quattr. 14., con-			
. sumate nella settimana scad. — — —₰.	1	40	
.Addì 14. detto, pagati per due Capretti ₰.	II	70	
.Addì 18. detto, pagati al Macellajo per			
. libbre 23 di Manzo a quattr. 12., e per			
. libbre 26 di Castrato a quattrini 16., con-			
. sumate nella settimana scaduta, in tutto ₰.	1	38	2
.Addì 21 detto, pagati per un Agnello ₰.	II	30	
.Addì 22. detto, pagati per tre libbre			
. di Coratella d'Agnello — — — —₰.	II	09	
.Addì 23. d.°, pagati per un Capretto ₰.	II	45	
.Addì 25. detto, pagati al Macellajo per			
. libbre 32 di Manzo a quattr. 12., con-			
. sumate nella settimana scaduta — —₰.	II	76	4
.Addì 28 detto, pagati per 2 Agnelli —₰.	II	95	
.Addì 29 detto, pagati per un Cervello			
. di Castrato — — — — — — — —₰.	II	04	
N.° 1.. Portato ad Esito gen. a.c.... n.°...Somma —₰.	07	71	

Nella medesima maniera, colla quale si è segnato l' *Esito in Carne* del Mese di Dicembre, dovrassi segnare il medesimo *Esito* di qualunque altro Mese; cioè dopo compito il Mese, bisogna tirar la somma della Spesa in denaro, e poi riportarla ad *Esito generale*, citando in amendue i luoghi le carte, e 'l Numero marginale. Finito un Mese, s'incomincia l'altro immediatamente sotto, col segnare in mezzo soltanto il Mese, e l'Anno. Coll' istess'ordine parimente si dovranno segnar tutte le altre Partite delle *Spese giornaliere* in denaro, cioè nel *Giornale* alla Partita della *Carne* si assegneranno dieci, o dodici carte più, o meno, secondochè sarà grosso il Libro, altrettante alla Partita del *Pesce*, ec., e così dividere ordinatamente il Libro, che sarà una cosa comoda, chiara, e pulita. Nelle susseguenti pagine si darà la norma del Libro dell' *Esito generale*.

Esito Generale:

Novembre 1774.

N.° 1.. Escono in compera di Carne, Giornale . . . . a.c.... n.°... — — — — — — — — — ₰ 09 . 30 .

N.° 2. Escono in compera di Pesce, Giornale . . . . a.c... n.°... — — — — — — — — ₰ . 01 . 22 .

N.° 3.. Escono imprestati al Colono *A.* D.C., a.c.... . . . . n.°.. — — — — — — — — — — — — ₰ . 05 . 50 .

N.° 4. Escono imprestati al Colono *B.*, D.C. a.c.... . . . . n.°.. — — — — — — — — — — — — ₰ . 08 . .

N.° 5.. Somma l'Esito — — — — — — — — ₰ . 24 . 02 .

N.° 6.. Somma l'Entrata, in questo a.c.175. n.°5. ₰ . 55 . 05 .

N.° 7.. Resta più Entrata — — — — — — — ₰ . 31 . 03 .

Io N. vidi, ed esaminate le suddette Partite, le trovai giuste, ed esatte.

Dicembre 1774.

N.° 8.. Escono in Carne, Giornale a.c.173.n.°1. ₰ . 07 . 71 . 2

N.° 9.. Escono in Liti, Giornale a.c.... n.°... — ₰ . 18 . 40 .

N.° 10.. Escono in Limosine, Giornale a.c.... n.°... ₰ . 10 . 11 .

N.° 11.. Escono in più Esito di Bestiame, Capitale . . . . in Bestiame a.c.162. n. 3. — — — — ₰ . 04 . 30 .

N.° 12.. Somma l'Esito — — — — — — — — ₰ . 40 . 41. 2

N.° 13.. Somma l'Entrata, in questo a.c.175.n.°11. ₰ .241 . 53 .

N.° 14.. Resta più Entrata — — — — — — — ₰ .201 . 11 . 3

Io N. vidi, ed esaminate le suddette Partite le trovai giuste, ed esatte.

Entrata generale.

Novembre 1774.

N.° 1.. Entrano da Grano venduto, Minuti a.c. ... . . .
. n.°... — — — — — — — — — — ₰. 23 . 50 .
N.° 2.. Entrano da Cece venduto, Minuti a.c.... . . .
. n.° ... — — — — — — — — — — ₰. 11 . 85 .
N.° 3.. Entrano dal Colono *A.* a conto di suo . . .
. Debito, *D.C.* a.c. 171. n.° 3. — — — — ₰. 27 . 50 .
N.° 4.. Entrano da Carlo Stefanucci per Nolo . . .
. di Casa, *D.C.* a.c. ... n.°.. — — — — ₰. 03 . 20 .
N.° 5.. Somma l'Entrata — — — — — — ₰. 55 . 05 .
N.° 6.. Somma l'Esito, in questo a.c. 173. n.° 5: ₰. 24 . 02 .
N.° 7.. Resta più Entrata — — — — — — ₰. 31 . 03 .

Io N. vidi, ed esaminate le suddette Partite, le trovai giuste, ed esatte.

Dicembre 1774.

N.° 8.. Prima pongo ad Entrata la più Entra- . . .
. ta del Mese scaduto, in questo a.c. 174. . . .
. n.° 7. — — — — — — — — — — ₰. 31 . 03 .
N.° 9.. Entrano da Grano venduto, Minuti a.c.... . . .
. n.°.. — — — — — — — — — — ₰.212 . 11 .
N.° 10.. Entrato da lucro di Bestiame, a.c. 160. . . .
. n.° 7. — — — — — — — — — — ₰. 08 . 50 .
N.° 11.. Somma l'Entrata — — — — — — ₰.241 . 53 .
N.° 12. Somma l'Esito, in questo a.c. 174. n.° 12. ₰.040 . 41 . 2
. Resta più Entrata — — — — — — ₰.201 . 11 . 3

Io N. vidi, ed esaminate le suddette Partite, le trovai giuste ed esatte.

La suddetta, o consimile sottoscrizione si dovrà far dal Padrone in ogni Mese tanto all' *Entrata*, quanto all' *Esito* per giustificazione di chi amministra.

Il Ministro dovrà dunque nel fine di ciascun Mese comparare insieme le due Partite dell' *Entrata*, e dell' *Esito*, col notare esattamente quel, che resta di più Entrata, od Esito e quel più di Entrata, o di Esito riportarlo nel principio del Mese susseguente.

Ma perchè vi son de' Padroni, che non voglion prendersi l'incomodo di rivedere i Libri, sennonse al più una volta l'anno, in tal caso il Ministro farà in ogni Mese la somma dell' *Entrata*, e dell' *Esito* nel modo quì di sopra praticato, ed unicamente lascerà lo spazio da potervi il Padrone passare i suddetti Libri per ciascun Mese. Se però il Padrone fosse solito di non rivedere i Libri, sennonse una volta l'Anno, giacchè in tal guisa crede di soddisfare al suo obbligo, potrebbe allora il Ministro, per non apportar tanta fatica al rispettivo Padrone, tirare in ogni Mese solamente la somma, e null'altro. Nel fine poi dell'Anno dovrebbe formar come uno Specchio dell'Esito, e dell'Entrata di tutto l'Anno, e farlo sottoscrivere dall'istesso Padrone, avvertendo solamente di non mettere in tal caso per prima Partita la più Entrata, o il più Esito del Mese scaduto, ma lasciarlo liberamente, poichè il tutto apparirà nello Specchio suddetto, il quale dovrà chiamarsi *Summa Summarum*. Siffatto Specchio dovrà formarsi in due facciate di carta, l'una contro l'altra. Nella prima si segnerà tutto l'*Esito* Mese per Mese, e nella seconda porrassi tutta l'*Entrata* parimente coll'istess' ordine; perciocchè così in fine ad un'apertura d'occhio, e di Libro vedrassi tutto l'Esito, e tutta l'Entrata. Per chiarezza ne darò quì in appresso una norma materiale ad istruzione de' Principianti.

Digitized by Google

Summa Summarum di tutto l' Esito 1774.

N.°	1..	Escono in Gennajo – in questo a.c. ... n.°..	₰.	57.	82 .
N.°	2..	Escono in Febbrajo – in questo a.c. ... n.°..	₰.	74.	15 . 3
N.°	3..	Escono in Marzo – in questo a.c. ... n.°...	₰.	62.	34 .
N.°	4..	Escono in Aprile – in questo a.c. ... n.°...	₰.	73.	96 . 2
N.°	5..	Escono in Maggio – in questo a.c. ... n.°...	₰.	82.	13 . 1
N.°	6..	Escono in Giugno – in questo a.c. ... n. ...	₰.	76.	49 . 4
N.°	7..	Escono in Luglio – in questo a.c. ... n.°...	₰.	59.	86 . 3
N.°	8..	Escono in Agosto – in questo a.c. ... n.°...	₰.	66.	38 . 2
N.°	9..	Escono in Settemb. – in questo a.c. ... n.°...	₰.	82.	15 .
N.°	10..	Escono in Ottobre – in questo a.c. ... n.°...	₰.	57.	82 .
N.°	11..	Escono in Novemb. – in questo a.c. ... n.°...	₰.	48.	97 . 4
N.°	12..	Escono in Dicemb. – in questo a.c. ... n.°...	₰.	64.	38 .
N.°	13..	Somma l'Esito — — — — — — — —	₰.	806.	48 . 4
N.°	14..	Somma l'Entrata — — — — — — —	₰.	1208.	43 . 3
N.°	15..	Resta più Entrata nell'An. scaduto 1774.	₰.	401.	94 . 3

Io N. vidi, ed esaminate le suddette Partite le trovai giuste, ed esatte.

Summa Summarum di tutta l'Entrata 1774.

N.°	1..	Entrano in Gennajo – in questo a.c. ... n.°..	₰.	096.	58 . 4
N.°	2..	Entrano in Febbrajo – in questo a.c. ... n.°..	₰.	105.	13 . 1
N.°	3..	Entrano in Marzo – in questo a.c. ... n.°...	₰.	084.	29 . 3
N.°	4..	Entrano in Aprile – in questo a.c. ... n.°...	₰.	126.	92 . 1
N.°	5..	Entrano in Maggio – in questo a.c. ... n.°...	₰.	088.	57 .
N.°	6..	Entrano in Giugno – in questo a.c. ... n.°...	₰.	016.	11 .
N.°	7..	Entrano in Luglio – in questo a.c. ... n.°...	₰.	048.	19 .
N.°	8..	Entrano in Agosto – in questo a.c. ... n.°...	₰.	112.	30 . 2
N.°	9..	Entrano in Settemb. – in questo a.c. ... n.°..	₰.	096.	03 . 1
N.°	10..	Entrano in Ottobre – in questo a.c. ... n.°...	₰.	059.	82 .
N.°	11..	Entrano in Novem. – in questo a.c. ... n.°..	₰.	117.	32 .
N.°	12..	Entrano in Dicemb. – in questo a.c. .. n.°..	₰.	257.	26 . 1
N.°	13..	Somma l'Entrata — — — — — — —	₰.	1208.	43 . 3
N.°	14..	Somma l'Esito — — — — — — — —	₰.	0806.	48 . 4
N.°	15..	Resta più Entrata nell'An. scaduto 1774.	₰.	401.	94 . 4

Io N. vidi, ed esaminate le suddette Partite, le trovai giuste, ed esatte.

Nel soprapposto Specchio vedrà il Padrone, come si è detto di sopra, ad un batter d'occhio tutta l'Entrata, e tutto l'Esito generale, e col sottoscrivere due sole Partite avrà saldati i conti al suo Ministro. Avverta soltanto il Ministro stesso di segnare esattamente in ciascun Mese tutto il denaro, ch'entra, ed esce dalle sue mani, ed in fine farne una diligente somma, e non riportar mai niente del Mese scaduto nel Mese seguente, allorchè abbiasi a formar lo Specchio: Ma perchè, secondo il citato Specchio, resterebbe la più Entrata di ℔ 401 : 94 : 4, detta somma si porterà ad *Entrata generale* nella prima Partita dell'Anno susseguente, oppure consegnandola al suo rispettivo Padrone, dovrà il Padrone medesimo farne la *Ricevuta* nel sottoscrivere il Libro. Se poi esso Ministro consegnerà denaro in mano del suo Padrone dentro l'Anno, dovrà segnarlo ad *Esito* in quel Mese, in cui glie lo consegna; e così tutte le Partite riusciranno pulite, e chiare, ed il Ministro con questo Piano non avrà difficoltà di far esaminare i Libri, benchè fossero passati anche venti anni.

CAPITOLO XXVII.

DELLA FORMAZIONE DE' LIBRI PER COMODO D' UN SOPRAINTENDENTE AD UNA FABBRICA.

Parmi d'avere abbastanza istruito il mio benigno Leggitore circa quanto porta l'Agenzìa d'una Casa, per porre in chiaro tutte le Partite dell'Entrata, e dell'Esito sì in denaro, come in roba, che passa per le mani di un Ministro. Restami ora soltanto di dare un picciol lume intorno la Deputazione, o Soprainteudenza a qualche Fabbrica, alla cui testa supponiamo, che dovesse stare qualcuno de' miei Leggitori. La formazione de' Libri per le Spese d'una Fabbrica in poco differisce da quella de' Libri per le Spese giornali di una Casa. Per tale impiego due Libri v'abbisogneranno: uno per le Spese giornali, e l'altro per l'Esito generale. Il Libro delle Spese giornali dovrà esser diviso in tante parti, quanti saranno i Capi diversi da comperarsi per la Fabbrica, che ordinariamente sono i seguenti, cioè *Giornate. Travi, Tavole Quadretti*, ossieno *Regoli*, *Mattoni*, *Coppi*, *Pianchette*, *Calce*; *Arena*, *Gesso*, *Ferro*, *Chiodi*, *Falegname*, *Fabbro*, e *Diversi*. Questi, ed altri simili sono i Capi, ne' quali dee esser diviso il Libro con tanti cartelli, per operar con pulizia, e con chiarezza. Nell'ultimo, segnato colla parola *Diversi*, debbonsi

riportar tutte quelle Spese, che non hanno Partita separata nel Libro. Per gli Operaj, giacchè ordinariamente pagansi nel fine della Settimana, prima di riportarsi al Libro del *Giornale*, se ne formerà la Lista. Questa Lista degli Operaj potrebbesi fare separatamente ogni giorno col segnar tutte le Persone, che stanno ad operare, ed in fine della linea per colonna notare il rispettivo pagamento. La Lista così formata va benissimo, quando si dovesse pagare ogni sera, poichè in essa vedesi quanti sieno stati gli Operaj, quanto sia il loro assegnamento, e quanto finalmente siasi speso in quel giorno per la loro mercede. Ma dovendosi pagare solamente nel fine della Settimana, s' incontra troppa difficoltà in dovere scorrere, per fare il pagamento di ciascuna Persona, tutte le Liste della Settimana con evidente pericolo di commetter degli errori; perciò ho creduto cosa più spedita il formare una tal Lista a guisa di *Specchio*, per maggior chiarezza del quale ne darò un esempio materiale.

Supponiamo, che debba farsi detto *Specchio* = *Addì* 10. *Luglio* 1773. principio della terza Settimana. Si farà dunque così.

Addì 10. Luglio 1773. detto Lunedì.		Addì 10. Lunedì	Addì 11. Mart.
Muratori.			
Mastro Antonio Politi	₰	11:30	₰ 11:30
M.° Francesco Canali	₰₰	11:25	₰₰ 11:25
M.° Paolo Antinori	₰₰	11:20	₰₰ 11:20
M.° Carlo Palazzi	₰₰	11:18	
	₰	11:93	₰ 11:75
		n.° 4.	n.° 3.
Ammannitori.			
Giorgio Pasquali	₰₰	11:15	₰₰ 11:15
Paolo Calimici	₰₰	11:14	₰₰ 11:14
	₰	11:29	₰ 11:29
		n.° 2.	n.° 2.
Facchini.			
Niccola Rosati	₰₰	11:12	₰₰ 11:12
Domenico Bruni	₰₰₰	11:10	₰₰₰ 11:10
Bartolommeo Galla	₰₰₰	11:10	₰₰₰ 11:10
Giovanni Spaventa	₰₰₰	11:10	₰₰₰ 11:10
	₰	11:42	₰ 11:42
		n.° 4.	n.° 4.
Donne.			
Anna Curzj	₰₰	11:07	₰₰ 11:07
Maria Sordi	₰₰₰	11:05	₰₰₰ 11:05
Maddalena Orazj	₰₰₰	11:06	₰₰₰ 11:06
Lucia Buontempi	₰₰₰	11:06	
Antonia Limani	₰₰₰	11:05	₰₰₰ 11:05
Francesca Lucilli	₰₰₰	11:07	₰₰₰ 11:07
Cecilia Fileti	₰₰₰	11:05	₰₰₰ 11:05
Paola Cagnini	₰₰₰	11:06	₰₰₰ 11:06
	₰	11:47	₰ 11:41
		n.° 8.	n.° 7.

Digitized by Google

Addì 13. Mercoledì.	Addì 13. Giovedì.	Addì 14. Venerdì.	Addì 15. sabbato.	(*Lista* 3.)
℔ ℔ 11 : 30	℔ 11 : 30	℔ ℔ 11 : 30	℔ ℔ 11 : 30	℔ ℔ 01 : 80
℔ 11 : 25	- - --	℔ ℔ 11 : 25	℔ 11 : 25	℔ ℔ 01 : 25
- - --	℔ ℔ 11 : 20	11 : 20		℔ ℔ 11 : 80
℔ 11 : 18	℔ 11 : 18		℔ 11 : 18	11 : 72
℔ 11 : 73	℔ 11 : 68	℔ 11 : 75	℔ 11 : 73	
n.° 3.	n.° 3.	n.° 3.	n.° 3.	
℔ ℔ 11 : 15	℔ ℔ 11 : 15	℔ ℔ 11 : 15	℔ ℔ 11 : 15	℔ ℔ 11 : 90
℔ 11 : 14	℔ 11 : 14	℔ 11 : 14	℔ 11 : 14	11 : 84
℔ 11 : 29	℔ 11 : 29	℔ 11 : 29	℔ 11 : 29	
n.° 2.	n.° 2.	n.° 2.	n.° 2.	
- - --	℔ ℔ 11 : 12	℔ ℔ 11 : 12	℔ ℔ 11 : 12	℔ ℔ 11 : 60
℔ ℔ 11 : 10	11 . 10	℔ ℔ 11 : 10	℔ ℔ 11 : 10	℔ ℔ 11 : 60
℔ ℔ 11 : 10		℔ ℔ 11 : 10	℔ ℔ 11 : 10	℔ ℔ 11 : 50
℔ 11 : 10	℔ 11 : 10	11 : 10	11 : 10	11 : 60
℔ 11 : 30	℔ 11 : 32	℔ 11 : 42	℔ 11 : 42	
n.° 3.	n.° 3.	n.° 4.	n.° 4.	
℔ 11 : 07	℔ ℔ 11 : 07	℔ ℔ 11 : 07	℔ 11 : 07	℔ ℔ 11 : 42
- - --	℔ ℔ 11 : 05	℔ ℔ 11 : 05		℔ ℔ 11 : 20
℔ ℔ 11 : 06	℔ ℔ 11 : 06	℔ ℔ 11 : 06	℔ ℔ 11 : 06	℔ ℔ 11 : 36
℔ ℔ 11 : 06	℔ ℔ 11 : 06		℔ ℔ 11 : 06	℔ ℔ 11 : 24
℔ ℔ 11 : 05	℔ ℔ 11 : 05	℔ ℔ 11 : 05	℔ 11 : 05	℔ ℔ 11 : 30
℔ ℔ 11 . 07	11 : 07	℔ ℔ 11 : 07		℔ ℔ 11 : 35
℔ ℔ 11 . 05		℔ ℔ 11 : 05	℔ ℔ 11 : 05	℔ ℔ 11 : 25
℔ 11 : 06	℔ 11 : 06	℔ 11 : 06	℔ 11 : 06	℔ ℔ 11 : 36
℔ 11 : 42	℔ 11 : 42	℔ 11 : 41	℔ 11 : 35	
n.° 7.	n.° 7.	n.° 7.	n.° 6.	
				℔ 11 : 09

Formata dunque la Lista nel modo indicato, e per ognidì segnate le rispettive giornate, come ivi scorgesi fatto, per ciascuna Persona si tirerà in margine la rispettiva somma di denaro, che dee aver nel fine della Settimana, conforme si è praticato nella suddetta Lista. Così in fine della Settimana si potranno pagar le giornate senza tanto ricercare le Liste de' giorni scaduti, cioè senza vedere, se ciascuno sia stato per ogni giorno a lavoro. Si vedrà ancora in fine, quanto siasi speso in giornate per ogni Settimana. Laondè nella suddetta Lista sarebbonsi spesi ₤ 11 : 09.

Ora non rimane altro, sennonse riportarne la detta Lista al Libro del *Giornale* nella Partita delle *Giornate*. Ciò si potrebbe far brevemente col riportare l'intera somma di ₤ 11 : 9; ma sarebbe troppo generale, e perciò è meglio riportarla giorno per giorno, e Partita per Partita, siccome coll'esempio della suddetta Lista voglio quì render ciò chiaro, e manifesto.

Addì 10. Luglio 1773. detto Lunedì

Muratori n.° 4.	₤	: 93.
Ammannitori n.° 2.	₤	: 29.
Facchini n.° 4.	₤	: 42.
Donne n.° 8.	₤	: 47.
	₤ 02	: 11.

Il tutto si vede alla Lista 3. sotto il giorno di Lunedì. ——— ₤ 02 : 11 : —.

Addì 11. Luglio, detto Martedì.

Muratori n.° 3.	₤	: 75.
Ammannitori n.° 2.	₤	: 29.
Facchini n.° 4.	₤	: 42.
Donne n.° 7.	₤	: 41.
	₤ 01	: 87.

Il tutto si vede alla Lista 3. sotto il giorno di Martedì ——— ₤ 01 : 87 : .

Nella medesima maniera si dovranno riportare al Libro del *Giornale* tutte le Liste degli Operaj giorno per giorno separatamente, col segnar prima le Opere Partita per Partita nel mezzo, e poi fatta la somma si tirerà fuori nel margine, come vedesi fatto quì sopra. Sotto ad ogni giorno dovrassi segnare il numero della Lista col giorno, affinchè non confondasi coll' altre Liste, e cogli altri giorni. Le Liste dovranno esser numerate, cominciando da 1., 2., 3., 4., ec. insino al fine dell' Anno, per quante Settimane si sarà lavorato. Incominciando poi l' Anno, si dovrà ancora ricominciar da capo il numero delle Liste.

Nel fine del Mese dovrassi riportar tutta la somma al Libro dell' *Esito generale* con tutte le altre Partite, segnando prima in mezzo alla pagina tutte le Partite, e poi sommate riportarle in margine, come s' è fatto delle giornate, affinchè speditamente veggasi la Spesa fatta in ciascun Mese; onde sarà una cosa assai pulita, e bella. Per poter riportare all' *Esito generale* tutte le Spese segnate nel *Giornale* senza confusione, nel fine di ciascun mese nel *Giornale* fatta la somma della Spesa, a quella dirittura nel margine a mano sinistra si formerà un numero per ordine, e poi immediatamente scriverassi = *Portato ad Esito generale a.c.* --- *n.°* --- —— ℛ = : = : =. Ciocchè dicesi delle giornate, si dica ancora di qualunque altra Partita del *Giornale*. Nel Libro dell' *Esito generale* si dovrà poi dire = *N.° 1. Escono in giornate, come al Giornale a.c.* --- *n.°* -- — ℛ = : = : =. E così intendasi dell' altre Partite.

Nelle Partite del Giornale delle cose, che o si contano, o si misurano, o si pesano, dovendosi segnare al *Giornale*, si dovranno far due colonne, una in mezzo alla pagina, e l' altra in margine. Nel margine si segnerà il prezzo, nel mezzo il quantitativo della cosa comperata, come se fossero *Mattoni*, i quali si segneranno così =

Addì 15. *detto pagati a Francesco Cori, come da Ricevuta in filza n.° 7. alla ragione di* ℛ 2 : 80 *al* 1000 *per Mattoni n.°* — 12000 — ℛ 33 : 60.

La somma del prezzo de' Mattoni per ogni Mese si dovrà riportare ad *Esito generale*, come si è detto; ma la somma del numero de' Mattoni dovrassi proseguire insino al fine della Fabbrica, per poter subito sapere non solamente nel fine, ma anche in mezzo al proseguimento della Fabbrica, quanti Mattoni sienvi stati impiegati. Il detto finora circa i Mattoni si può intendere ancora circa i Travi, Tavole, Ferro, Chiodi, ec.

Poichè suole accadere, siccom' è di dovere, che nelle Fab-

briche, specialmente grosse, il Sopraintendente, o Deputato debba render conto esatto del denaro colato nelle di lui mani, e ad ogni cattivo incontro sia soggetto a giustificar le sue Spese; perciò in ogni Spesa particolarmente alquanto grossa dovrà farsi fare la Ricevuta del pagamento da lui fatto, e formando al difuori di detta Ricevuta l'occhio con un numero dovrà citar la Ricevuta medesima nel riportare al *Giornale* detta Partita, col porre poscia in filza la Ricevuta per ordine di numero fatto all'occhio, e parimente infilzar tutte le Liste giornali. In vigore delle Liste, e Ricevute suddette potrà sempre il Deputato giustificar qualunque Spesa fatta per la Fabbrica, non per allora soltanto, ma per ogni tempo avvenire.

Nelle Fabbriche grosse il Deputato non solamente dee render conto del denaro a lui consegnato, e far chiaramente costare, come da esso fu impiegato per la Fabbrica; ma dee ancora render conto di tutt'i Materiali impiegati, onde apparisca la sua pulizia, ed onoratezza. Quindi è necessario, che nel Libro del *Giornale*, oppure in altro Libro tenuto a quest'effetto, si facciano altri partimenti, ove deesi riportare il quantitativo de' Materiali comperati separatamente, e poi dargli il suo Esito. Prendiamo, per esempio, la Partita delle *Tavole* comperate, o fatte col legname di Casa, ec. e segnate al *Giornale*, dove si vede bensì il numero delle Tavole, ed il lor prezzo, ma non vedesi poi, in che sieno state impiegate le Tavole medesime; perciò riportata la Partita del numero delle Tavole in altra Partita separata dal *Giornale*, oppure in altro Libro con questo titolo = *Esito delle Tavole* =, nella prima facciata si segnerà il numero delle Tavole entrate; nella dicontro facciata poi si noterà l'esito delle dette Tavole. Eccone l'esempio.

Addì --- consegnate al Falegname N. per far le cinque tali Porte, e le sette tali Finestre, Tavole __ __ __ __ *n.°---*

Addì --- consegnate al Capo Mastro, per far l'Armatura della Fabbrica, Tavole __ __ __ __ __ __ __ __ *n.°---*

Il numero delle Tavole consegnate dovrassi riportare nel margine, per poterle in fine sommare. Così in un'occhiata non solo si vedrà come sieno state impiegate le Tavole; in prova, ed in giustificazione di che apparirà il lavoro, ma ancora si rileverà il quantitativo delle Tavole consumate, e quindi fatto il confronto colle Tavole entrate, apparirà anche subito il numero delle Tavole rimanenti. Questa Partita parmi necessaria a porsi in Libro non solo per le dette ragioni, e per far sì, che il Deputato ne

abbia una buona custodia, ma ancora per far costare tutto quel Materiale, che non apparisce nella Fabbrica, siccome sarebbero le Tavole, che si spezzano, o che servono pe' Volti, Travi, che si consumano per Sottoscali, ec., conforme dalla sperienza rendesi manifesto; altrimenti, come necessariamente accade, d'alcuna specie di Materiali appena apparendo la metà nella Fabbrica, in fine non potrà mai il Deputato render conto de' Materiali impiegati. Quello, che si è detto delle Tavole, dicasi parimente di qualunque altro Materiale, che o si pesa, o si numera, o si misura.

Il Libro generale, detto anche *Libro Mastro*, dee esser diviso in due parti, in una delle quali si riporteranno tutte le Spese giornali nel modo finora insegnato, tanto in questo Libro, quanto in quello per un' Agenzìa; nell'altra parte poi di detto Libro si dovranno segnar tutte le Partite del denaro, che riceve il Deputato per le Spese della Fabbrica, ove si esprimerà non solo il giorno della ricevuta del denaro col suo quantitativo; ma si dovrà ancora esprimere la qualità della Moneta, cioè se è in Rame, in Oro, in Argento, in Cedole, ec. La prima parte di questo Libro dirassi *Esito generale*, e l'altra si nominerà *Entrata generale*.

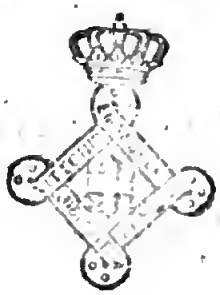
La ragione poi, perchè debbasi esprimere la qualità del denaro ricevuto, si è, che ricevendosi in Rame, o, come volgarmente dicesi in *Cartocci*, ciascuno de' quali forma il numero di bajocchi 100 meno un quattrino, e perciò passando per le mani del Deputato una grossa somma di siffatta Moneta, potrebbe quindi nascer qualche divario, ed il Deputato medesimo trovarsene al disotto. Inoltre, essendo i detti *Cartocci* benespesso mancanti, come lo dimostra la cotidiana sperienza, dovrà almeno nel fine farsi il diffalco della Moneta mancante. Non potrebbe però il Deputato sapere quanti quattrini dovrà diffalcare, se non saprà la quantità de' *Cartocci*, che ha ricevuti, ed in conseguenza non potrà dare un ragguaglio della mancanza ne' *Cartocci*, non sapendone il numero; perciocchè più facilmente potrà il Deputato giustificar la mancanza di bajocchi 10 in ₡ 25, di quello che possa farlo in ₡ 10. Finalmente dovendosi pagare i Giornalieri con Monete di Rame, può facilmente trascorrere qualche cosa di più, e non mai di meno, giacchè il Giornaliere, se riceve di più, sta quieto, ed all'opposto riclama, se riceve di meno. Difficilmente però potrà scorrere qualche cosa nelle Monete

d'Argento, e molto meno in quelle di oro, o nelle Cedole. Per questa ragione sarà bene esprimere ancora la qualità della Moneta.

Se il mio benigno Leggitore si prevalerà de' precetti finora propostigli nella formazione de' Libri tanto per le Agenzie, quanto per l'assistenza, o Deputazione a Fabbriche, e cose simili, sia pur certo, che potrà non solo render minutissimo conto delle Spese, robe, e denaro, e di qualunque altro Genere, di cui abbia presa l'Amministrazione, ma ne ritrarrà eziandio onore, e stima presso le Persone intendenti, e dabbene, che è la vita civile, con sicura speranza di trovar sempre in che impiegare il suo talento, affine di guadagnar quanto basti all'onesto sostentamento della propria Casa.

Benchè io mi sia sforzato finora d'istruire il mio Leggitore, per renderlo capace a guadagnarsi, come dissi, con onore, e stima il suo vitto cotidiano, circa quanto può dare l'Aritmetica, s'egli bramasse anche di maggiormente approfittare, voglio soddisfare alle di lui brame col proporgli nel seguente Secondo Trattato l'*Agrimensura* in tutte le sue parti, essendo cosa assai più utile sì al commercio umano, che al proprio interesse. Intanto lo prego a darne gloria a DIO, se ritrovò alcuna cosa di buono nel decorso Primo Trattato *Aritmetico*; se poi s'incontrò in cosa men degna, gradisca almeno l'affetto, ed il buon animo, che l'Autore verso tutti protesta.

FINE DEL TRATTATO ARITMETICO



INDICE

DE' CAPITOLI, E DE' PARAGRAFI

DEL

TRATTATO ARITMETICO.

CAP. I. *Regole per leggere i Numeri* pag. 2
CAP. II. §. I. *del Sommare* pag. 4
§. II. *Prova della Somma* pag. 6
CAP. III. *Della Sottrazione* pag. 8
CAP. IV. §. I. *Della Moltiplicazione* pag. 11
§. II. *Modo di moltiplicare, quando nel moltiplicatore vi sieno più figure.* pag. 13
§. III. *Modo spedito per moltiplicare, quando nel moltiplicatore vi sieno le sole diecine, o le sole centinaja, o le sole migliaja ec.* pag. 15
CAP. V. *Della Divisione* ivi
CAP. VI. *Della Prova della Moltiplicazione* pag. 20
CAP. VII. *Della prova della Divisione* pag. 23
APPENDICE PER LA DIVISIONE
Modi speditissimi per formar la Scala divisoria, quando nel divisore vi sono molte note; e maniera facilissima per servirsi di lei ivi
CAP. VIII. §. I. *De' Rotti* pag. 28
§. II. *Della schizzare le frazioni* ivi
§. III. *Della frazione spuria* pag. 29
§. IV. *Del ridurre le frazioni alla medesima denominazione* ivi
§. V. *del sommare le frazioni* pag. 31
§. VI. *Del sottrarre le frazioni* pag. ivi
§. VII. *Del moltiplicare le frazioni* pag. 32
§. VIII. *Del dividere le frazioni* pag. 37
§. IX. *Del trasmutare le frazioni* pag. 38
CAP. IX. §. I. *Delle frazioni decimali* ivi
§. II. *Del ridurre le frazioni a decimali* pag. 39
§. III. *Del ridurre le decimali alla medesima denominazione* pag. 40
§. IV. *Del sommare le decimali* ivi
§. V. *Del sottrarre le decimali* pag. 41
§. VI. *Del moltiplicare le decimali* ivi
§. VII. *Del dividere le decimali* pag. 41
CAP. X. *Della regola aurea, detta del Tre* pag. 43
CAP. XI. *Della regola del Tre semplice diretta* pag. 45
CAP. XII. *Della regola del Tre rovescia semplice* pag. 47
CAP. XIII. *Della regola del Tre diretta composta* pag. 49
CAP. XIV. *Della regola del Tre rovescia composta* pag. 51
CAP. XV. §. I. *Regola da osservarsi, quando ne' proporzionali vi sono i rotti* pag. 53
§. II. *Regola prima. Quando i rotti sono solamente nel primo, o nel secondo proporzionale* pag. 54
§. III. *Regola seconda. Quando i rotti sono nel solo terzo proporzionale* pag. 56
§. IV. *Regola terza. Quando i rotti sono nel primo, e secondo proporzionale* pag. 57
§. V. *Regola quarta. Quando i rotti sono in tutti tre i proporzionali* pag. 59
§. VI. *Regola quinta. Quando i rotti sono nel secondo, e terzo proporzionale* pag. 62
§. VII. *Regola sesta. Quando i rotti sono nel primo, e terzo proporzionale* pag. 65
CAP. XVI. *Della prova per la regola del Tre* pag. 65
CAP. XVII. *Della regola delle Compagnie* pag. 67
CAP. XVIII. §. I. *Dell' Estrazione della radice quadrata* pag. 78
§. II. *Della prova dell' estrazione della radice quadrata* pag. 84
CAP. XIX. §. I. *Estrazione della radice cuba* pag. 89
§. II. *Della prova dell' estrazione della radice cuba* pag. 92
CAP. XX. §. I. *Delle progressioni, e proporzioni* ivi
§. II. *Della proporzione, e progressione aritmetica, e delle sue proprietà* pag. 93
CAP. XXI. *Della proporzione, e progressione geometrica, e delle sue proprietà* pag. 96
CAP. XXII. §. I. *Alcuni quesiti, che si sciolgono colle proporzioni, e progressioni* pag. 108
§. II. *Seguono alcuni giuochi curiosi* pag. 108
CAP. XXIII. *Delle Allegazioni.* pag. 111
CAP. XXIV. *Della regola di falsa posizione semplice* pag. 124
CAP. XXV. *Della regola di falsa posizione composta* pag. 128
CAP. XXVI. *Della formazione de' Libri pe' Ministri, Fattori, ed altri, che hanno l' Agenzia d una Casa* pag. 141
CAP. XXVII. *Della formazione de' Libri per comodo d' un Sopraintendente ed una Fabbrica* pag. 178

Digitized by Google

Die 25. Januarii 1804.

REIMPRIMATUR

F. Angelus Dominicus Ancarani Vic. Gen. S. Officii Anconæ

Pro Illmo ac Revmo Domino Archiep. Administr.

Vin. Baroni Can. Pœnit.

Digitized by Google